Funktionsuntersuchung („Kurvendiskussion") Teil 1

m8
Q11
2014/15

6h) $f(x) = \frac{x}{x-1}$;

- Bestimmung des Definitionsbereichs / Definitionsmenge

Nullstelle(n) des Nenners:

$x - 1 = 0 \quad |+1$

$x = 1$

$\Rightarrow \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ (oder: $\mathbb{D}_f =]-\infty; \infty[\setminus \{1\}$)

- Prüfen auf Symmetrie

-y-Achsensymmetrie:

$f(-x) = f(x)$

-Punktsymmetrie:

$f(-x) = -f(x)$

$f(-x) = \frac{-x}{-x-1} \neq f(x)$

$\neq -f(x)$

$\Rightarrow$ Nicht symmetrisch (weder punkt- noch achsen-)

- Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

-Nullstelle(n):

① $f(x) = 0$

$\frac{x}{x-1} = 0 \quad |\cdot(x-1)$

$x = 0$

② Nullstelle(n) des Zählers:

$x = 0$

(einfache NS mit VZW)

→ Schnittpunkt mit x-Achse: $A(0|0)$ S_x

~~y-Achsenabschnitt~~: SP mit der y-Achse:

$f(0) = \frac{0}{0-1} = 0$

→ Schnittpunkt mit y-Achse: $B(0|0)$ S_y

- Verhalten an den Rändern des Definitionsbereichs

- Polstelle(n):

Nullstelle(n) des Nenners:

$x - 1 = 0 \quad |+1$

$x = 1$

→ Senkrechte Asymptote mit VZW

Art der Definitionslücke:

$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{x}{x-1} = -\infty \qquad \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{x}{x-1} = \infty$

→ Def. lücke mit VZW (an der Stelle $x = 1$)

- Verhalten im Unendlichen

Zählergrad (ZG) = 1
Nennergrad (NG) = 1 ⟹ ZG = NG

⟹ Waagerechte Asymptote, die nicht die x-Achse ist

→ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x}{x-1} = 1 \qquad \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{x-1} = 1$

⟹ Waagerechte Asymptote bei $y = 1$

- V Teil 2: Monotonie + Extrempunkte
Graph