Abitur 2016 – Analysis Aufgabengruppe 2

1. Bedingung I: Breite des Tunnelbodens b= 10m bedeutet (da Mittelpunkt des Tunnelbodens M im Ursprung liegt), dass die Nullstellen der Funktion f bei x1 =-5 und x2= 5 liegen müssen.
Nullstellen: p(x) = 0

-0,2x2 +5 = 0

5 = 0,2x2

x2 =25

🡪 x1 =-5 x2= 5

Bedingung II: Höhe des Tunnels an der höchsten Stelle h=5m 🡪 da höchste Stelle am Ursprung, muss der Funktionswert an der Stelle x=0 berechnet werden
p(0) = -0,2\*02 +5 = 5

Zur Berechnung des Schnittwinkels muss die Steigung der Funktion an der Stelle, an der die linke Tunnelwand auf den Tunnelboden trifft, bekannt sein.

Stelle: x=-5

Steigung an der Stelle x=-5 🡪 ABLEITUNG DER FUNKTION p an der Stelle x=-5

p'(x) = -0,4x 🡪 p’(-5) = -0,4\*(-5) = 2

Es gilt: m = tan α 🡪 2= tan α 🡪 α = tan-1 (2) ≈ 63,4°



1. Hinweis: Skizze + bekannte/gesuchte Größe einzeichnen
Satz des Pythagoras

d2=x2+p(x)2

d2=x2+(-0,2x2 +5)2 Binomische Formel

d2=x2+0,04x4 -2x2 +25

 d2 = 0,04x4 -x2 +25

$$d =\sqrt{0,04x^{4}-x^{2} +25} $$

1. Der Wert von d ist minimal, wenn e(x) = 0,04x4 -x2 +25minimal
🡪 Berechne das Minimum von e

e'(x) = 0,16x3 -2x

e'(x) = 0

0,16x3 -2x =0

x( 0,16x2 -2) =0

x1=0 0,16x2 -2 =0

 x2 = 12,5

 x2/3 = ± √12,5

Nun muss noch überprüft werden, an welcher Stelle ein HOP/TIP vorliegt 🡪 Vorzeichentabelle

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | - √12,5 | 0 |  √12,5 |
| x | - | - | + |  | + |
| 0,16x2 -2 | + | - |  | - |  | + |
| e'(x) | - | + |  | - |  | + |
|  |  |  |  |  |  |  |

🡪 Min bei x= ± √12,5

minimaler Abstand für d(± √12,5) $\sqrt{0,04(\sqrt{12,5})^{4}-\left(\sqrt{12,5}\right)^{2} +25}$ ≈ 4,3 m

2) k(x) = 5cos(cx)



Bedingung I: k(x) muss an den Stellen x1 =-5 und x2= 5 Nullstellen haben.

5\*cos (5c) = 0

 cos (5c) =0

Die Kosinusfunktion hat eine Nullstelle für x= π/2 = 0,5π

🡪 c\*5= 0,5π

🡪c= π/10 = 0,1π 🡪 k(x) = 5 cos(0,1π x)

b) Bedingung III bedeutet, dass der Tunnel je drei Meter vom Ursprung entfernt eine Höhe von 4 m haben muss, d.h. p(±3) = 4 und k(±3) =4 muss gelten

p(±3) = -0,2\*9+5= 3,2<4

k(±3) = 5 cos(0,1π 3) ≈ 2,93 <4 🡪 Bedingung ist nicht erfüllt.

3a) Begründen Sie, dass in diesem Modell jeder Punkt des Querschnitts der Tunnelwand von der Bodenmitte M den Abstand 5m hat. 🡪 Zeige, dass die Funktion einen Halbkreis beschreibt:

f(x) = $\sqrt{25-x^{2}}$

y = $\sqrt{25-x^{2}}$

y2 = 25- x2

y2+x2 = 25 🡪 Alle Punkte (x/f(x)) liegen auf einen Kreis um (0/0) mit Radius 5

Bedingung III f(±3) = $\sqrt{25-\left(\pm 3\right)^{2}}=4$ ✓

d) Steigung der Tangente t von f im Punkt R(4/f(4))

🡪 f’(x) = $\frac{1}{2\sqrt{25-x^{2}} }\left(-2x\right)= -\frac{x}{\sqrt{25-x^{2}}}$ 🡪 f’(4) = $ -\frac{4}{\sqrt{25-4^{2}}}=-\frac{4}{3}$



🡪 Steigungen stimmen überein 🡪 Geraden sind parallel

1. 1) Lot l in R zu t
2) Schnittpunkt von l und g 🡪 S
3) Abstand von S und R ist gesuchte Länge