BD | Übung Stochastik – Gleichungen

1) Die geheimnisvolle Urne[1]

In einer Urne liegen 10 Kugeln. Davon ist eine unbekannte Anzahl x schwarz, der Rest ist weiß. Michael zieht zwei Kugeln, ohne die erste zurückzulegen.

a) Zeichne ein Baumdiagramm und beschrifte die Zweige. Drücke dabei alle auftretenden Wahrscheinlichkeiten mithilfe von x aus.

b) Michael führt dieses Zufallsexperiment sehr oft durch. Im Mittel erhält er bei einer von 15 Ziehungen zwei schwarze Kugeln. Berechne, wie viele schwarze Kugeln in der Urne sind.

2) Mensch ärgere dich nicht

Beim Spiel „Mensch ärgere dich nicht“ muss der Spieler, um in das Spiel zu starten, eine Sechs Würfeln. Dafür hat er pro Runde drei Versuche. Gelingt ihm das nicht, kann er es in der Folgerunde wieder versuchen.

a) Gib die Wahrscheinlichkeit an, sofort/beim zweiten Wurf/beim dritten Wurf in das Spiel zu starten.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit in der ersten Runde zu starten.

c) Gib die Wahrscheinlichkeit an, genau beim n-ten Versuch die erste sechs zu würfeln.

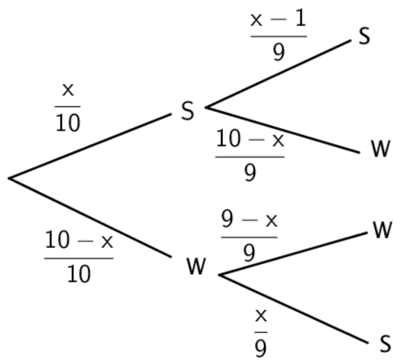
d) Berechne, wie oft der Spieler mindestens werfen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% mindestens eine Sechs zu würfeln.

Tipps zu d:
- Überlege, welche Größe hier gesucht wird.
- Lege für die gesuchte Größe eine Variable fest.
- Das Gegenereignis kann oft weiterhelfen.

[1] Bearbeitet nach bsv Mathematik 9 S.142

BD | Lösung Stochastik - Gleichungen

1)



b) $P(SS)=\frac{x}{10}\cdot\frac{x-1}{9}$

weiterhin ist bekannt $P(SS)=\frac{1}{15}$

$$\frac{1}{15}=\frac{x}{10}\cdot\frac{x-1}{9}\quad|\cdot 90$$

$$\frac{20}{3}=x(x-1)$$

$$6=x^2-x\quad|-6$$

$$0=x^2-x-6$$

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_1=3\qquad [x_2=-2]$$

Es sind drei schwarze Kugeln in der Urne.

2)

a) „sofort“ $P(6)=\frac{1}{6}$ „beim 2. Wurf“ $P(\overline{6}6)=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$ „beim 3. Wurf“ $P(\overline{6}\overline{6}6)=\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{25}{216}$

b) $P(\text{„Start in der ersten Runde“})=P(6)+P(\overline{6}6)+P(\overline{6}\overline{6}6)=\frac{91}{216}$

c) $P(c)=\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}$

d) Gesucht: Anzahl der Würfe = n
Ereignis: „mindestens eine Sechs“
Gegenereignis: „keine Sechs“

P(„mindestens eine Sechs“) = 0,9
1-P(„keine Sechs“) = 0,9

$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n=0{,}9\quad\left|+\left(\frac{5}{6}\right)^n-0{,}9\right.$

$0{,}1=\left(\frac{5}{6}\right)^n$ → $n=\log_{\frac{5}{6}}0{,}1\approx 12{,}62$ → er muss mind. 13 mal werfen