

A3 Übung Potenzen und Wurzeln

Die Potenz a^n beschreibt ein Produkt aus n gleichen Faktoren a: $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} = a^n$

Auch Wurzeln können als Potenzen ausgedrückt werden. Mit Potenzregeln und Rechenregeln für Wurzeln können komplizierte Terme vereinfacht werden.

1) Vereinfache folgende Terme. ($a, b, x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$)

a) $3a^2b^3 \cdot 5ab \cdot 4ab^2$

b) $\frac{4x^2b^6}{8x^3b^2}$

c) $4x^2y^3y^{-2}x^{-4}$

d) $a^{16}b^2a^{-4}b^{-2}$

2) Forme, wenn möglich, mit Hilfe der Potenzgesetze um: ($a, x, u, v \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$)

a) $a^{-b} \cdot a^{4b} \cdot a^{-2b}$

b) $2^{-2m} \cdot 4^m$

c) $k^{2m} - k^2$

d) $(x^2)^{-2}$

e) $x^2 \cdot x^{-2}$

f) $\frac{(-u^2)^3}{v^{-4}} \cdot \left(\frac{1}{uv}\right)^5$

3) Potenzen und Wurzeln. Vereinfache soweit wie möglich. ($x, y, n \geq 0$)

a) $\sqrt[4]{81} - \sqrt{25-9} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{\frac{16x^4}{y^2}}$

c) $\sqrt{n}\sqrt{n^5} - \sqrt[3]{n^9}$

d) $\sqrt{32x^2} : \sqrt{8x^4}$

e) $(\sqrt[4]{x})^3 : (\sqrt[5]{x})^3$

A3 Lösung Potenzen und Wurzeln



1)

a) $3a^2b^3 \cdot 5ab \cdot 4ab^2 = 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot a^2 \cdot a \cdot a \cdot b^3 \cdot b \cdot b^2 = 60a^4b^6$

b) $\frac{4x^2b^6}{8x^3b^2} = \frac{4 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b}{8 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot b \cdot b} = \frac{b^4}{2x}$

c) $4x^2y^3y^{-2}x^{-4} = \frac{4x^2y^3}{y^2x^4} = \frac{4y}{x^2}$ oder mit Potenzgesetzen $4x^{2-4}y^{3-2} = 4x^{-2}y = \frac{4y}{x^2}$

d) $a^{16}b^2a^{-4}b^{-2} = a^{12}b^0 = a^{12}$

$b^0 = 1$

2)

a) $a^{-b} \cdot a^{4b} \cdot a^{-2b} = a^{-b+4b-2b} = a^b$

b) $2^{-2m} \cdot 4^m = 2^{-2m} \cdot 2^{2m} = 2^{-2m+2m} = 2^0 = 1$

c) $k^{2m} - k^2$ keine Umformung möglich

d) $(x^2)^{-2} = x^{2(-2)} = x^{-4}$

e) $x^2 \cdot x^{-2} = x^{2-2} = x^0 = 1$

f) $\frac{(-u^2)^3}{v^{-4}} \cdot \left(\frac{1}{uv}\right)^5 = \frac{-u^6}{v^{-4}} \cdot \frac{1}{u^5v^5} = \frac{-u^6}{v^{-4}u^5v^5} = -\frac{u}{v}$

3)

a) $\sqrt[4]{81} - \sqrt{25-9} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = 3 - \sqrt{16} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = 3 - 4 + \sqrt{9} = 2$

b) $\sqrt{\frac{16x^4}{y^2}} = \frac{\sqrt{16x^4}}{\sqrt{y^2}} = \frac{4x^2}{y}$

c) $\sqrt{n}\sqrt{n^5} - \sqrt[3]{n^9} = \sqrt{n^6} - n^3 = n^3 - n^3 = n^3 - n^3 = 0$

d) $\sqrt{32x^2} : \sqrt{8x^4} = \sqrt{32x^2 : 8x^4} = \sqrt{\frac{4}{x^2}} = \frac{2}{x}$

e) $(\sqrt[4]{x})^3 : (\sqrt[5]{x})^3 = x^{\frac{3}{4}} : x^{\frac{3}{5}} = x^{\frac{3}{4} - \frac{3}{5}} = x^{\frac{3}{20}}$