C5 Übung Exponentialfunktion

1) Fehlt in Online-Version

2) Betrachtet wird nun die allgemeine Exponentialfunktion $f(x)=a\cdot b^x$ mit $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $b>0$ $b \neq 1$.
Wähle a und b, so dass folgende Aussagen wahr sind.

a) Der Graph verläuft durch den Punkt (0/4)
b) Der Graph fällt streng monoton.
c) Der Graph verläuft durch die Punkte $P_1(1/3)$ und $P_2(2/24)$

3) Bei einem Versuch zur Vermehrung von Wasserlinsenkeimlingen wurden folgende Beobachtungen gemacht:

t (Tage nach Versuchsbeginn)	0	1	2	3	4	5
K(t) (Anzahl der Keimlinge)	10	14	21	29	45	65

Um die Entwicklung der Wasserlinsenkeimlinge genauer zu untersuchen, soll K in Abhängigkeit von t näherungsweise durch eine Funktion beschrieben werden.

a) Die Forscher stellen zunächst eine lineare Funktion auf, deren Graph durch die Punkte (0/10) und (1/14) verläuft. Bestimme den zugehörigen Funktionsterm.
b) Beurteile, ob diese lineare Funktion dafür geeignet ist, K in Abhängigkeit von t näherungsweise zu beschreiben.
c) Die Forscher entscheiden sich nun für eine Exponentialfunktion durch die Punkte (1/14) und (2/21). Stelle den Funktionsterm auf und entscheide, ob dieser besser geeignet ist.
d) Bestimme mithilfe der aufgestellten Exponentialfunktion den Zeitpunkt zu dem 500 Wasserkeimlinge entstanden sind.

C5 Lösung Exponentialfunktion

1) fehlt in Online-Version

2) a) a=4 und b beliebig
b) a>0 und b<1 oder a<0 und b>1
c) Gleichungssystem aufstellen:

$P_1(1/3)$ in $f(x)=a\cdot b^x$: (I) $3=a\cdot b^1$ → $a=\frac{3}{b}$ in (II)

$P_2(2/24)$ in $f(x)=a\cdot b^x$: (II) $24=a\cdot b^2$ → $24=\frac{3}{b}\cdot b^2$ → $24=3b$ → $\underline{b=8}$

→ a= 0,375
→ $f(x)=0{,}375\cdot 8^x$

3)a) **lineare Funktion: $K_l(t)=a\cdot t+b$** s.AB C1
Aus $P_1(0/10)$ folgt: b=10 → $K_l(t)=a\cdot t+10$
Mit $P_2(1/14)$ folgt: $14=a\cdot 1+10$ → a=4 → $K_l(t)=4t+10$
b) Beurteilung des aufgestellten Funktionsterms: Setze weitere Werte für t ein und vergleiche die berechneten Funktionswerte mit den beim Versuch ermittelten Werten:

t (Tage nach Versuchsbeginn)	0	1	2	3	4	5
K(t) (Anzahl der Keimlinge)	10	14	21	29	45	65
$K_l(t)$ berechnet	**10**	**14**	**18**	**22**	**26**	**30**

Die lineare Funktion bildet den Wachstumsvorgang nicht gut ab, da die Anzahl der Keimlinge schneller anwächst. (Große Abweichung)
c) **Exponentialfunktion $K_E(t)=a\cdot b^t$**
→ Punkte (1/14) und (2/21) einsetzen und Gleichungssystem lösen
(I) $14=a\cdot b^1$ → $a=\frac{14}{b}$ in (II)
(II) $21=ab^2$ → $21=\frac{14}{b}b^2$ → $21=14b$ → b=1,5 → $a=\frac{14}{b}=9{,}\overline{3}$ → $K_E(t)=9{,}\overline{3}\cdot 1{,}5^t$
d) $K_E(t)=9{,}\overline{3}\cdot 1{,}5^t$

t (Tage nach Versuchsbeginn)	0	1	2	3	4	5
K(t) (Anzahl der Keimlinge)	10	14	21	29	45	65
$K_E(t)$ berechnet	**9,3**	**14**	**21**	**31,5**	**47,25**	**70,9**

$500=9{,}\overline{3}\cdot 1{,}5^t$ → $\frac{375}{7}=1{,}5^t$ → $t=\log_{1{,}5}\frac{375}{7}\approx 9{,}82$
→ Nach ungefähr 10 Tage gibt es 500 Wasserkeimlinge
Die Abweichungen sind geringer als bei b, daher ist die Funktion besser geeignet. Allerdings ist noch keine perfekte Abbildung des Wachstumsprozesses durch die Funktion möglich.