

Abitur 2017 - Aufgabengruppe 2

• Analysis (Teil A)

$$f(x) = \frac{(3+x)^2}{x-1}$$

1a)

"Geben Sie an"

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Schnittpunkt mit x-Achse: $f(x) = 0$

$$(3+x)^2 = 0$$

$$x = -3$$

$$\rightarrow \underline{SP_x(-3|0)}$$

Schnittpunkt mit y-Achse: $f(0) = \frac{9}{-1} = -9$

$$\rightarrow \underline{SP_y(0|-9)}$$

1b)

Äquivalenz zum Term $x+7 + \frac{16}{x-1}$

$$f(x) = \frac{x \cdot (x-1)}{x-1} + \frac{7(x-1)}{x-1} + \frac{16}{x-1} =$$

$$\frac{x^2 - x + 7x - 7 + 16}{x-1} = \frac{x^2 + 6x + 9}{x-1} \stackrel{1. \text{ Bin. Formel}}{=} \frac{(3+x)^2}{x-1} \checkmark$$

$y = x+7$ ist die schräge Asymptote von

2a) $f(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1$

Nullstelle: $f(x) = 0$

$$2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1 = 0 \quad | +1$$

$$2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} = 1 \quad | :2$$

$$e^{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2} \quad | \ln$$

$$\frac{1}{2}x = \ln \frac{1}{2} \quad | \cdot 2$$

$$x = 2 \cdot \ln \frac{1}{2} = 2 \cdot \ln(2^{-1}) = 2 \cdot (-1) \cdot \ln 2$$

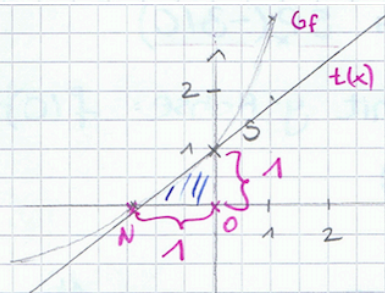
$$\underline{x = -2 \cdot \ln 2}$$

Umformungen nicht unbedingt nötig

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x + 7 + \frac{16}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x + 7 = \pm\infty$$

Erklärung - in der Aufgabenstellung nicht gefordert

2b)



Skizze

$$|\vec{OS}| = |\vec{ON}|$$

Text

Tangente bestimmen:

$$f'(x) = 2 \cdot e^{0,5x} \cdot 0,5 = e^{0,5x}$$

$$f'(0) = e^{0,5 \cdot 0} = e^0 = 1 = m$$

$$t(x) = m \cdot x + t$$

$$t(x) = 1 \cdot x + t$$

$$S(0|1) \rightarrow 1 \cdot 0 + t = 1$$

$$t = 1$$

$$\Rightarrow t(x) = x + 1$$

gleichschenklig: $t(x) = 0 \quad x + 1 = 0$

$$\hookrightarrow x = -1$$

→ Abstand von dem Ursprung zum SP der t mit x-Achse = 1 $\Rightarrow \vec{OS} = 1$ (y-Koordinate von S) \Rightarrow gleichschenklig

$$3a) \quad g(x) = p + q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{r} \cdot x\right)$$

Gefordert: $q=2$, $p=3$, $r=5$

Erklärung:

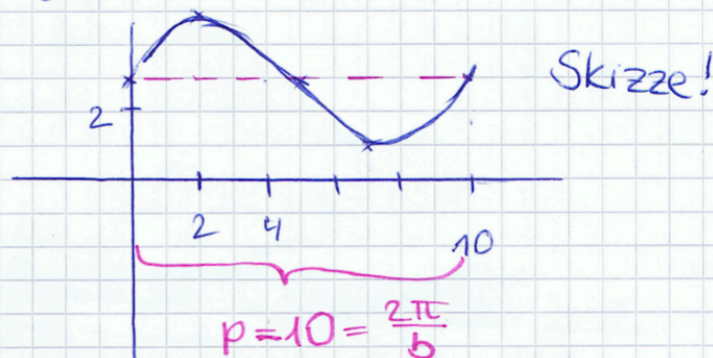
- Amplitude = 2 (zeichnung)
↳ Streckung in y-Richtung
- Verschiebung um 3 in y-Richtung
↳ $p=3$
- $\frac{\pi}{r}$: Streckung bzw. Stauchung in x-Richtung

$$\text{Periodenlänge } \frac{2\pi}{b} = 10 \rightarrow b = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

↑
aus Skizze

$$\frac{\pi}{r} = \frac{\pi}{5} \rightarrow r=5$$

$$\Rightarrow g(x) = 3 + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5}x\right)$$



$3b)$

$h \rightarrow$ Verschiebung der Funktion g um 2 Einheiten nach rechts

$$h(x) = 3 + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot (x-2)\right)$$

4a) $n(t) = 3t^2 - 60t + 500$
 $n(t)$ = Anzahl der Pollen in m^3 Luft
 t in Stunden

mittl. Änderungsrate: $\frac{n(2) - n(0)}{2 - 0 [h]} =$
 $\frac{3 \cdot 4 - 120 + 500 - 500}{2} = -54 \frac{1}{h}$

4b)

$$n'(t) = 6t - 60$$

$$n'(t) = 6t - 60 = -30 \frac{1}{h}$$

$$t = 5h$$

Fünf Stunden nach Beginn nimmt die Anzahl der Pollen um 30 Pollen pro Stunde ab.