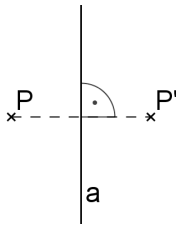
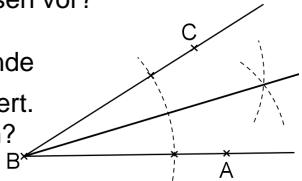
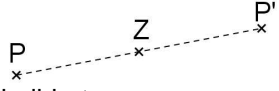
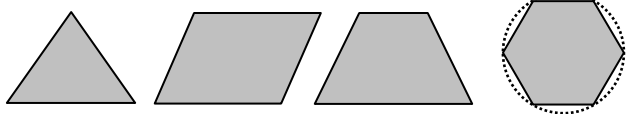
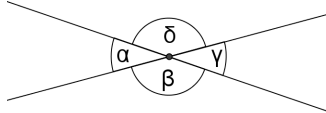
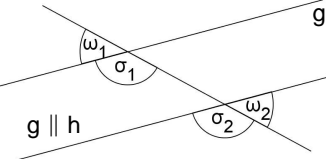


Regiomontanus - Gymnasium Haßfurt - Grundwissen Mathematik Jahrgangsstufe 7

Wissen und Können	Aufgaben, Beispiele, Erläuterungen
1. Terme	
Terme sind sinnvolle Rechenausdrücke mit Zahlen, Variablen und Rechenzeichen.	Bsp.: Term ohne Variable: $2 \cdot (5 + 3) - 16 : 4$ Term mit der Variable x: $T(x) = x^3 - 4x$
Berechnung von Termwerten Um einen Termwert zu berechnen, ersetzt man alle im Term vorkommenden Variablen durch Zahlen bzw. Größen. Gleiche Variablen sind durch gleiche Zahlen und Größen zu ersetzen.	Bsp.: $T(x) = x^3 - 4x$ $T(5) = 5^3 - 4 \cdot 5 = 105$ Bsp.: Berechne den Wertes des Terms $a^2 + 2ab + b^2$ für $a = 3$ und $b = -4$: $3^2 + 2 \cdot 3 \cdot (-4) + (-4)^2 = 9 - 24 + 16 = 1$
Äquivalente Terme Zwei Terme, die <u>bei jeder</u> möglichen Ersetzung der Variablen durch Zahlen jeweils den gleichen Termwert ergeben, nennt man äquivalent.	Bsp.: $5x - 5$ und $5(x - 1)$ sind äquivalent. $5x - 5$ und $5(x - 5)$ sind nicht äquivalent.
Termumformungen - Umformungen in Produkten - Zusammenfassen gleichartiger Terme - Klammerregeln: Plusklammern können weggelassen werden. Bei Minusklammern müssen die Rechenzeichen geändert werden. - Ausklammern: Gleiche Faktoren können vor die Klammer gezogen werden. - Multiplizieren von Summen Faktor mal (Summen)Klammer (D-Gesetz): Jeder Summand in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert. (Vorzeichen berücksichtigen!) Klammer mal Klammer: Jeder Summand der ersten Klammer wird mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert. (Vorzeichen berücksichtigen!) Nicht vergessen: „Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich“	Bsp.: $4a \cdot 2b \cdot a \cdot 0,5b \cdot 2a = 4 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = 8 a^3 b^2$ Bsp.: $6a^2b - 3ab^2 - 4ba^2 = 2a^2b - 3ab^2$ Bsp.: $3 + (x - 7) = 3 + x - 7 = x - 4$ $x - (3x - y) = x - 3x + y = -2x + y$ Bsp.: $4uv - 6vw = 2v \cdot 2u - 2v \cdot 3w = 2v \cdot (2u - 3w)$ Bsp.: $6z \cdot (2x + \frac{1}{3}z) = 12xz + 2z^2$ Bsp.: $(-2 - 4k) \cdot (2k - 3) = -2 \cdot 2k - 2 \cdot (-3) - 4k \cdot 2k - 4k \cdot (-3)$ $= -4k + 6 - 8k^2 + 12k$ $= -8k^2 + 8k + 6$ Berechne: $(a - 2b)^2 + a \cdot (4b - a) + (-2b)^2$
2. Gleichungen	
Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen miteinander verbunden sind.	Bsp.: $2a - 7 = 7a + 3$
„Kochrezept“ zum Lösen einer Gleichung: 1) Klammern auflösen und die Seiten der Gleichung jeweils so weit wie möglich zusammenfassen. 2) Sortieren: Variablen auf eine Seite und die Zahlen auf die andere Seite der Gleichung bringen und jeweils zusammenfassen. 3) Division durch den Faktor „vor dem x“ 4) Lösungsmenge angeben	Bsp.: $7(-x+1) = 12(2-x)$ $\downarrow 1)$ $-7x + 7 = 24 - 12x \quad +12x - 7$ $\downarrow 2)$ $5x = 17 \quad :5$ $\downarrow 3)$ $x = 3,4$ $\downarrow 4)$ $IL = \{3,4\}$

3. Prozentrechnung		
<p>Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert</p> <p>Erhöhung des Grundwertes: Grundwert wird um $x\%$ erhöht \triangleq Prozentwert erhöht sich auf $(100 + x)\%$</p> <p>Verminderung des Grundwertes: Grundwert wird um $x\%$ verringert \triangleq Prozentwert verringert sich auf $(100 - x)\%$</p>	<p>1: Der Umsatz eines Unternehmens hat sich im letzten Jahr verdoppelt. Um wie viel Prozent ist er gestiegen?</p> <p>2: Der Preis für ein Paar Fußballschuhe wurde um 15% auf 63,75 € reduziert. Was kosteten die Schuhe vorher?</p>	
<p>Mittelwert = Summe der Werte : Anzahl der Werte</p>	<p>Bsp.: Mittelwert der Zahlen 1 bis 6: $(1+2+3+4+5+6) : 6 = 3,5$</p>	
4. Achsen- und Punktsymmetrische Figuren		
<p>Achsen Spiegelung Für Punkt P, Bildpunkt P' und Spiegelachse (Symmetrieachse) a gilt</p> <ul style="list-style-type: none"> für $P \notin a$: [PP'] wird von a senkrecht halbiert für $P \in a$: $P = P'$ (P ist Fixpunkt)  <p>Eigenschaften Punkte auf der Symmetrieachse sind von zwei zueinander symmetrischen Punkten gleich weit entfernt. Die Achsen Spiegelung ist längen-, winkel- und kreistreu.</p> <p>Grundkonstruktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> Bildpunkt Symmetrieachse, Mittelsenkrechte Lot zu einer Geraden durch einen Punkt Winkelhalbierende 	<p>1: Zeichne einen Punkt P und eine Gerade g. Konstruiere den Bildpunkt P', der bei der Achsen Spiegelung von P an g entsteht.</p> <p>2: Beschreibe, wie man zu zwei Punkten die Spiegelachse konstruieren kann.</p> <p>3: Zeichne eine Gerade g und einen Punkt P, der nicht auf g liegt, und konstruiere das Lot zu g durch P.</p> <p>4: Um das Lot auf eine Gerade g durch einen Punkt P, der nicht auf einer Geraden g liegt, zu konstruieren, kann man den Punkt P an g spiegeln und P mit P' verbinden. Warum funktioniert das nicht, wenn P auf g liegt? Wie geht man stattdessen vor?</p> <p>5: Peter hat die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle ABC$ konstruiert. Wie ist er dabei vorgegangen?</p> 	
<p>Punkt Spiegelung Für Punkt P, Bildpunkt P' und (Symmetrie-) Zentrum Z gilt</p> <ul style="list-style-type: none"> für $P \neq Z$: [PP'] wird von Z halbiert für $P = Z$: $P = P' = Z$ (P ist Fixpunkt)  <p>Eigenschaften Zentrum Z, Punkt P und Bildpunkt P' liegen auf einer Geraden. Punkt und Bildpunkt sind gleich weit vom Zentrum entfernt, es gilt also $PZ = P'Z$. Die Punkt Spiegelung ist längen-, winkel- und kreistreu.</p>	<p>1: Das Dreieck ABC mit A(0 1), B(3 2) und C(2 3) wird am Punkt Z(4 2) gespiegelt. Konstruiere das Bilddreieck A'B'C'. Gib die Koordinaten der Bildpunkte an.</p> <p>2: Entscheide, welche der Figuren punktsymmetrisch sind. Gib gegebenenfalls das Symmetriezentrum an.</p> 	
5. Winkelbeziehungen		
<p>Winkel an zwei sich schneidenden Geraden:</p> <p>Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°. Scheitelwinkel sind gleich groß.</p>		<p>Scheitelwinkel: $\alpha = \gamma; \beta = \delta$</p> <p>Nebenwinkel: $\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180^\circ$ $\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$</p>
<p>Winkel an Doppelkreuzungen</p> <p>Wenn zwei Geraden g und h parallel sind, dann sind Stufenwinkel und Wechselwinkel gleich groß</p> <p>Umgekehrt gilt: Wenn Stufenwinkel oder Wechselwinkel gleich groß sind, dann sind die Geraden parallel.</p>		<p>Stufenwinkel: $\sigma_1 = \sigma_2$</p> <p>Wechselwinkel: $\omega_1 = \omega_2$</p>

6. Kongruente Figuren

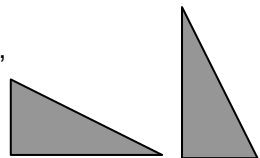
Zwei deckungsgleiche Figuren F und G heißen zueinander kongruent: $F \cong G$

Kongruenzsätze

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie:

- in drei Seiten (**SSS**) oder
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der längeren Seite (**SsW**) oder
- in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel (**SWS**) oder
- in einer Seite und zwei gleich liegenden Winkeln (**WSW** oder **SWW**) übereinstimmen.

Bsp.:
Die beiden Dreiecke sind kongruent, da sie sich durch Drehen, Spiegeln und Verschieben zur Deckung bringen lassen.

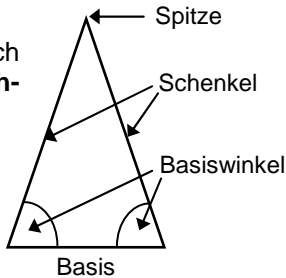


- 1: Begründe, warum ein gleichschenkliges Dreieck durch die Höhe zur Basis in zwei kongruente Dreiecke zerlegt wird.
- 2: Von einem Dreieck ABC ist bekannt: $a=6\text{cm}$, $b=5\text{cm}$, $\beta=45^\circ$. Überprüfe, ob das Dreieck durch diese Größen eindeutig konstruiert werden kann.

7. Dreiecke

Innenwinkelsumme
Die **Innenwinkelsumme in Dreiecken** beträgt 180° .
Die **Innenwinkelsumme in Vierecken** beträgt 360° .

Gleichschenklige Dreiecke
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt **gleichschenkliges** Dreieck.

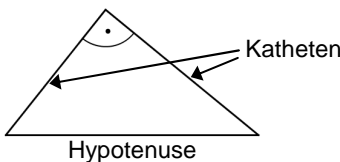


Sonderfall:
Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten heißt **gleichseitiges** Dreieck.

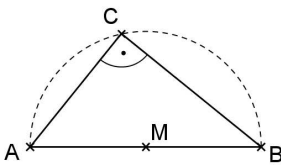
Wichtige Eigenschaften:
In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich groß.
In einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel gleich groß (60° -Winkel).

- 1: In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich groß. Begründe dies mithilfe der Kongruenzsätze.
- 2: Vom gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Spitze bei C sind folgende Größen bekannt: $c = 4\text{cm}$, $\alpha = 60^\circ$. Konstruiere das Dreieck. Was fällt auf?

Rechtwinklige Dreiecke
Ein Dreieck mit einem rechten Winkel heißt **rechtwinkliges** Dreieck.

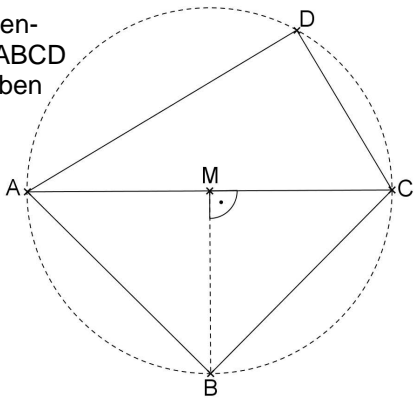


Satz des Thales:
Liegt der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über [AB], so hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.



Umgekehrt gilt:
Hat ein Dreieck ABC in C einen rechten Winkel, so liegt C auf dem Halbkreis (Thaleskreis) über [AB].

- 1: Begründe, warum ein Dreieck nicht zwei rechte Winkel haben kann.
- 2: Berechne den Flächeninhalt des Vierecks ABCD aus folgenden Angaben und beschreibe dein Vorgehen:
 $\overline{AC} = 13\text{ cm}$
 $\overline{DC} = 5\text{ cm}$
 $\overline{AD} = 12\text{ cm}$



Besondere Linien im Dreieck
Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und **Höhen** (bzw. deren Verlängerung) schneiden sich jeweils in einem Punkt.
Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist der **Mittelpunkt des Umkreises**.

