Q11/1 **1. Test aus der Mathematik**

M5 10.10.2013

1. Gegeben sind die folgenden 3 Funktionen:

$f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ *Graph ⑤*

- *Schräge Asymptote y = x*
- *NST(0/0) mit VZW*
- *Senkrechte Asymptoten x = -1 und x = 1 mit VZW*

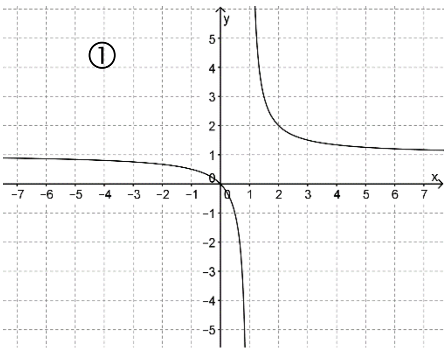
$g(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$ *Graph ④*

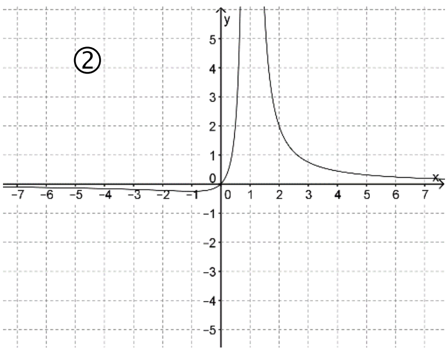
- *Waagrechte Asymptote y = 1*
- *NST(0/0) ohne VZW*
- *Senkrechte Asymptoten x = -1 und x = 1 mit VZW*

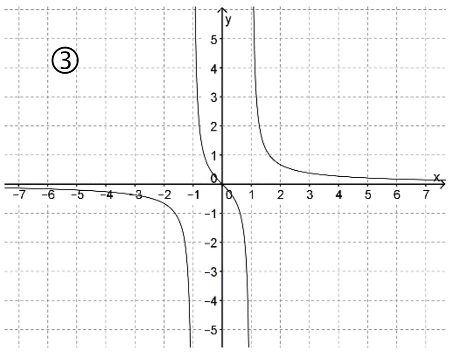
$h(x) = \dfrac{x}{(x-1)^2}$ *Graph ②*

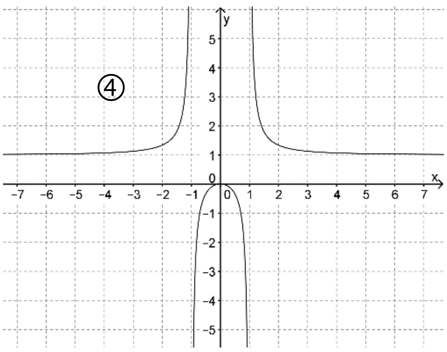
- *Waagrechte Asymptote y = 0*
- *NST(0/0) mit VZW*
- *Senkrechte Asymptote x = 1 ohne VZW*

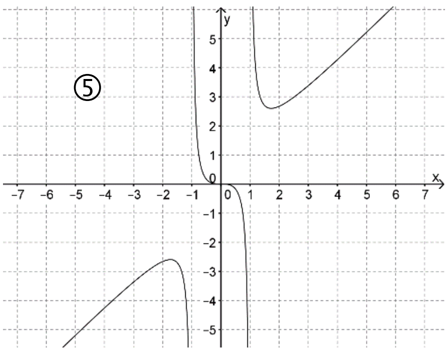
Ordnen Sie aus den unten stehenden Graphen jeder dieser Funktionen den passenden Graphen zu. Begründen Sie jeweils genau Ihre Entscheidung!

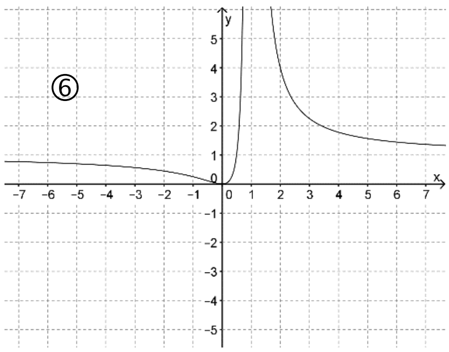












2. Geben Sie jeweils eine gebrochen-rationale Funktion an, die folgende Eigenschaften erfüllt:

a) Polstelle ohne Vorzeichenwechsel bei x = 0, einzige Nullstelle bei x = 2, waagrechte Asymptote y = 1,5

$$f(x) = \frac{1{,}5 \cdot (x-2)^2}{x^2}$$

b) Schräge Asymptote y = 2x – 4, keine Definitionslücke

$$f(x) = 2x - 4 + \frac{1}{x^2+1}$$

3. Gegeben ist die Funktion f: f(x) = $\frac{4x-5}{x^2+6x+9}$.

a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.

$x^2 + 6x + 9 = 0$; $(x + 3)^2 = 0$; $x = -3$ (Hinweis: Doppelte Nullstelle des Nenners!)

$D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

$4x – 5 = 0$; $|+5$
$4x = 5$; $| :4$
$x = 1{,}25$

N(1,25/0)

b) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion an der Definitionslücke.

$$\lim_{\substack{x \to -3 \\ x > -3}} \frac{\overbrace{4x-5}^{\to -17}}{\underbrace{(x+3)^2}_{\substack{\to 0 \\ > 0}}} = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to -2 \\ x < -3}} \frac{\overbrace{4x-5}^{\to -17}}{\underbrace{(x+3)^2}_{\substack{\to 0 \\ > 0}}} = -\infty$$

c) Geben Sie alle Asymptoten des Funktionsgraphen an.

Waagrechte Asymptote: $y = 0$

Senkrechte Asymptote: $x = -3$