E2 Übung: Satz des Pythagoras und trigonometrische Beziehungen

In rechtwinkligen Dreiecken können Streckenlänge und Winkel mit Hilfe der Satzgruppe des Pythagoras bzw. den trigonometrischen Beziehungen berechnet werden. Liegen andere Figuren oder Körper vor, können durch das Einzeichnen von Hilfslinien bzw. Stützdreiecken rechtwinklige Dreiecke entstehen.

1) Rechter Winkel
Ist ein Dreieck mit den Seitenlängen 4cm, 5cm und 6,5cm rechtwinklig? Begründe deine Entscheidung.

2) Abstand zweier Punkte

a) Berechne den Abstand der Punkte A(3/2) und B(8/9). Eine Skizze ist hilfreich.
b) Gib eine Formel für den Abstand von $P_1(x_1/y_1)$ und $P_2(x_2/y_2)$ an.

3) Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Hypotenusenlänge 9,8 cm. Zudem ist eine Kathete 5,1cm lang. Berechne die Seitenlänge der anderen Kathete sowie die Maße der übrigen Winkel.

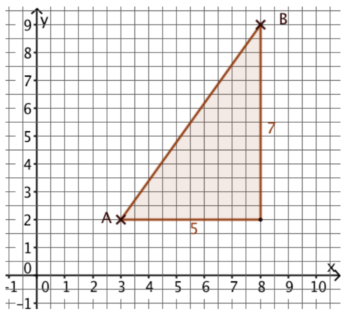
4) Ein DinA4 Blatt wird entlang den Diagonalen geknickt und wieder auseinander geklappt. Nun sieht man deutlich die Knickspuren. Berechne, unter welchem Winkel sich diese schneiden.
(Hinweis: Maße DinA4 Papier messen!)

E2 Lösung

1) Im rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz des Pythagoras,
d.h. für a=4 cm und b=5cm und c=6,5cm müsste $a^2+b^2=c^2$ gelten.

Aber: $(4cm)^2+(5cm)^2 \neq (6,5cm)^2$
$16cm^2+25cm^2 \neq 42,25cm^2$
$41cm^2 \neq 42,25cm^2$ → Das Dreieck ist nicht rechtwinklig

2) Skizze:



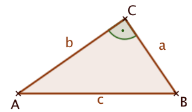
a) Mit Satz des Pythagoras folgt:

$$\overline{AB}^2 = 5^2+7^2$$
$$\overline{AB} = \sqrt{74} \approx 8,6cm$$

b)

$$\overline{P_1P_2}^2 = (x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$$
$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

3) Hypotenuse ist die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt.
Beschrifte z.B. c=9,8 cm, a=5,1cm



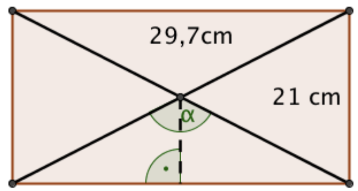
Berechnung b:
→ Satz des Pythagoras $a^2+b^2=c^2$
→ $b^2 = c^2-a^2$
→ $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{(9,8cm)^2-(5,1cm)^2}=\sqrt{70,03}cm \approx 8,37cm$

Berechnung α:

$$\sin\alpha=\frac{a}{c} \rightarrow \sin\alpha=\frac{5,1cm}{9,8cm} \rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{5,1cm}{9,8cm}\right) \rightarrow \alpha \approx 31,36°$$

Berechnung β:
Innenwinkelsumme im Dreieck: $\alpha+\beta+\gamma=180°$ → $\beta = 58,64°$

4)



$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{GK}{AK}$$
$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{29,7cm/2}{21cm/2}$$

→ $\alpha \approx 109,5°$
(Nebenwinkel ß≈70,5°)