Abitur 2017 – Aufgabengruppe 2

• Analysis (Teil A)

$$f(x) = \frac{(3+x)^2}{x-1}$$

1a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

„Geben sie an"

Schnittpunkt mit x-Achse: $f(x)=0$

$(3+x)^2 = 0$

$x = -3 \quad \rightarrow SP_x(-3|0)$

Schnittpunkt mit y-Achse: $f(0) = \frac{9}{-1} = -9$

$\rightarrow SP_y(0|-9)$

1b) Äquivalenz zum Term $x+7+\frac{16}{x-1}$

$$f(x) = \frac{x\cdot(x-1)}{x-1} + \frac{7(x-1)}{x-1} + \frac{16}{x-1} =$$

1. Bin. Formel

$$\frac{x^2-x+7x-7+16}{x-1} = \frac{x^2+6x+9}{x-1} = \frac{(3+x)^2}{x-1} \checkmark$$

$y = x+7$ ist die schräge Asymptote von

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} x+7+\underbrace{\frac{16}{\underbrace{x-1}_{\infty}}}_{0} = \lim_{x\to\pm\infty} x+7 = \pm\infty$$

Erklärung - in der Aufgabenstellung nicht gefordert

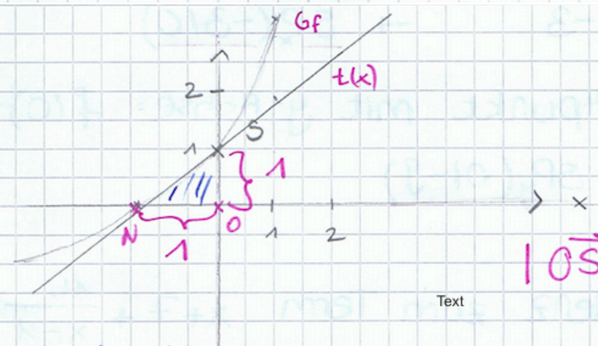
2a) $f(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1$

Nullstelle: $f(x) = 0$

$$2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1 = 0 \quad | +1$$
$$2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} = 1 \quad | : 2$$
$$e^{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2} \quad | \ln$$
$$\frac{1}{2}x = \ln \frac{1}{2} \quad | \cdot 2$$
$$x = 2 \cdot \ln \frac{1}{2} = 2 \cdot \ln(2^{-1}) = 2 \cdot (-1) \cdot \ln 2$$
$$\underline{x = -2 \cdot \ln 2}$$

Umformungen nicht unbedingt nötig

2b)



Skizze

$|\overrightarrow{OS}| = |\overrightarrow{ON}|$

Tangente bestimmen:

$$f'(x) = 2 \cdot e^{0{,}5x} \cdot 0{,}5 = e^{0{,}5x}$$
$$f'(0) = e^{0{,}5 \cdot 0} = e^0 = 1 \overset{!}{=} m$$

$$t(x) = m \cdot x + t$$
$$t(x) = 1 \cdot x + t \qquad S(0|1) \rightarrow 1 \cdot 0 + t = 1$$
$$t = 1$$

$$\Rightarrow t(x) = x + 1$$

gleichschenklig: $t(x) = 0 \qquad x + 1 = 0$
$$\hookrightarrow x = -1$$

→ Abstand von dem Ursprung zum SP der t mit x-Achse $= 1 \Rightarrow \overline{OS} = 1$ (y-Koordinate von S) $\Rightarrow$ gleichschenklig

3a) $g(x) = p + q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{r} \cdot x\right)$

Gefordert: $q = 2$, $p = 3$, $r = 5$

Erklärung:

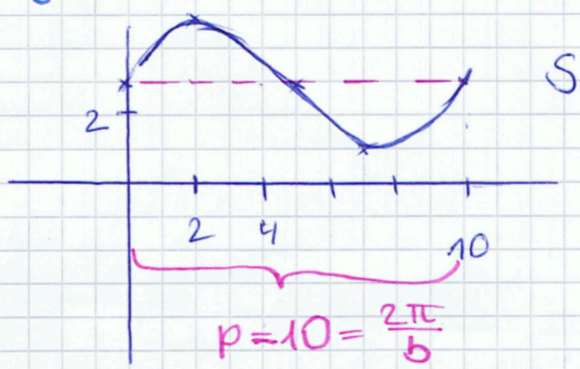
- Amplitude $= 2$ (Zeichnung)
  ↳ Streckung in y-Richtung
- Verschiebung um 3 in y-Richtung
  ↳ $p = 3$
- $\frac{\pi}{r}$: Streckung bzw. Stauchung in x-Richtung

Periodenlänge $\frac{2\pi}{b} = 10 \rightarrow b = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

↑ aus Skizze

$\frac{\pi}{r} = \frac{\pi}{5} \rightarrow r = 5$

$\Rightarrow \quad g(x) = 3 + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} x\right)$



Skizze!

3b) $h \rightarrow$ Verschiebung der Funktion g um 2 Einheiten nach rechts

$h(x) = 3 + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot (x - 2)\right)$

4a) $n(t) = 3t^2 - 60t + 500$

$n(t)$ = Anzahl der Pollen in m^3 Luft

t in Stunden

mittl. Änderungsrate: $\frac{n(2) - n(0)}{2-0\,[h]} =$

$\frac{3\cdot 4 - 120 + 500 - 500}{2} = -54\,\frac{1}{h}$

4b)

$n'(t) = 6t - 60$

$n'(t) = 6t - 60 = -30\,\frac{1}{h}$

$t = 5h$

Fünf Stunden nach Beginn nimmt die Anzahl der Pollen um 30 Pollen pro Stunde ab.