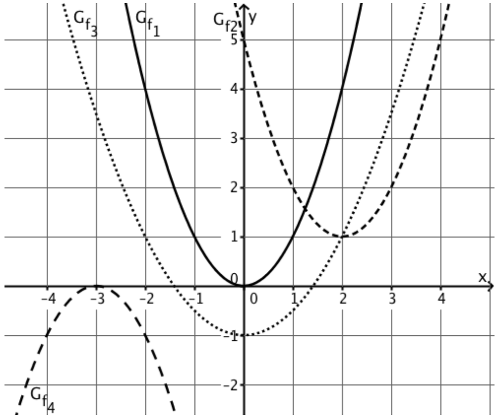
C2 Übung Quadratische Funktionen

1. Bestimme den Funktionsterm zu den abgebildeten Funktionsgraphen.



2. Beschreibe den Verlauf des Funktionsgraphen G_p zu $p(x)=-2x^2-2x+12$ möglichst genau. Überlege, welche charakteristischen Eigenschaften aus dem Funktionsterm bestimmt werden können.

3. Bestimme die Funktionsterme von quadratische Funktionen mit den Nullstellen $x_1=-2$ und $x_2=6$. Auf welcher Geraden liegen die Scheitelpunkte. Skizziere 3 Graphen dieser Funktionen.

4. Gegeben ist die Funktion $p(x)= x^2+ \blacksquare\, x + 4$:
   a) Ersetze ■ so , dass der Scheitelpunkt der Funktion auf der y-Achse liegt.
   b) Ersetze ■ so, dass der Scheitelpunkt der Funktion auf der x-Achse liegt.

5. Eine Parabel mit $p_1(x)=x^2-4x+16$ wird in x-Richtung um den Faktor 2 gestreckt und um vier Einheiten in y-Richtung nach unten verschoben. Gib den Funktionsterm p_2 der verschobenen Parabel in Normalform ($p(x)=ax^2+bx+c$) an.

6. Entscheide, ob folgende Parabeln Schnittpunkte besitzen. Löse die Aufgabe durch überlegen und beschreibe dein Vorgehen.
   Sollte es Schnittpunkte geben, bestimme die exakte Lage der Schnittpunkte!
   a. P_1: $y = -x^2+3x+2$ P_2: $y = x^2$
   b. P_1: $y = (x-1)^2+2$ P_2: $y = 2(x-1)^2+2$
   c. P_1: $y = x^2$ P_2: $y = -(x-2)^2-2$

C2 Lösung Quadrat. Funktionen

1) $f_1(x)=x^2$ Normalparabel (NP)
$f_2(x)=(x-2)^2+1$ Um zwei Einheiten nach rechts (in x-Richtung) und eine Einheit nach oben (y-Richtung) verschobene NP
$f_3(x)= ½x^2-1$ Parabel ist weiter als NP → a=½ und um eine Einheit nach unten (y-Richtung) verschoben
$f_4(x)=-(x+3)^2$ Nach unten geöffnete und um drei Einheiten nach links verschobene Normalparabel

2) Bei der Beschreibung sollten folgende Punkte beachtet werden:
- Definitionsmenge $\mathbb{D}=\mathbb{R}$
- Koeffizient vor x^2: $-2<0$ → nach unten geöffnete Parabel
  $|-2|>1$ → enger als Normalparabel
- Schnittpunkt mit Koordinatenachsen:
  - Schnittpunkt mit y-Achse: $f(0)=-2\cdot0^2-2\cdot0+12 =12$
  - Nullstellen: $-2x^2-2x+12=0$

  Lösungsformel: $x_{1/2}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(-2)\cdot12}}{2\cdot(-2)}$ $x_1= -3$; $x_2=2$
- Scheitelpunkt liegt zwischen den Nullstellen → $x_s=-0,5$
  $f(-0,5)=-2(-0,5)^2-2(-0,5)+12=12,5$ → S(-0,5/12,5)
- Wertemenge $\mathbb{W}$ =]-∞;12,5]

3) Benutze die Nullstellenform $f(x)=a(a-x_1)(x-x_2)=a(x+2)(x-6)$ $a \in \mathbb{R}$. Die Scheitelpunkte liegen direkt zwischen den Nullstellen. → $x_s=2$

4)
a) $p(x)=x^2+0x+4 = x^2+4$ um 4 Einheiten nach oben verschobene NP; S(0/4)
b) $p(x)=x^2+4x+4 = (x+2)^2$ um 2 Einheiten nach links verschobene NP; S(-2/0)

5) $p_2(x)=p_1(0,5x)-4=(0,5x)^2-4(0,5x)+16-4=0,25x^2-2x+12$

6) a) P_1 nach unten geöffnete, nach oben verschobene NP
P_2 Normalparabel mit S(0/0) → 2 Schnittpunkte
Lage der Schnittpunkt $P_1(x) = P_2(x)$
$-x^2+3x+2 = x^2$ $|-x^2$
$-2x^2+3x+2 = 0$ → Lösungsformel → $x_1=2$ $x_2=-0,5$
y-Koordinate: $f(2)=4$ und $f(-0,5)=0,25$ → $SP_1(2/4)$ und $SP_2(-0,5/0,25)$
b) P_1 und P_2 haben den gleichen Scheitelpunkt S(1/2) sind jedoch unterschiedlich breit geöffnet (nach oben) → 1 Schnittpunkt S(1/2)
c) P_1 hat Scheitel S(0/0) und ist nach oben geöffnet,
P_2 hat Scheitel S(2/-2) und ist nach unten geöffnet → kein Schnittpunkt

(Hier sind Skizzen hilfreich; sie erhöhen die Anschaulichkeit.)