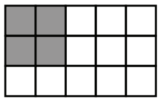
Regiomontanus - Gymnasium Haßfurt - Grundwissen Mathematik Jahrgangsstufe 6

Wissen und Können	Aufgaben, Beispiele, Erläuterungen
1. Rechnen mit Bruchzahlen	
Bruch: $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$ Zähler: ***„zählt", wie viele der gleichen Teile interessant sind*** Nenner: ***gibt an, in wie viele gleiche Teile das Ganze geteilt wird*** Brüche mit einem Wert größer als 1 schreibt man auch als **gemischte Zahl**. Ein Bruch wird **erweitert**, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert. Ein Bruch wird **gekürzt**, indem der Zähler und der Nenner durch dieselbe Zahl dividiert werden. Brüche heißen **gleichnamig**, wenn sie den gleichen Nenner haben. Brüche mit verschiedenen Nennern kann man durch Erweitern (oder Kürzen) gleichnamig machen.	***Bsp.:***  Das Rechteck ist in 15 gleiche Teile geteilt, 4 davon sind grau: $\frac{4}{15}$ ***Bsp.:*** $2\frac{3}{4}$ ***Bsp.:*** $\frac{3}{5}=\frac{3\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{6}{10}$ ***Bsp.:*** $\frac{24}{36}=\frac{24:12}{36:12}=\frac{2}{3}$ Kürze vollständig: $\frac{66}{88}$ Mache gleichnamig: $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ Wandle um in einen Bruch: $2\frac{3}{4}$
Anteile berechnen $\frac{3}{8}$ von 120 = (120 : 8) · 3	***Bsp.:*** Zwei Drittel der 27 Schüler einer Klasse spielen ein Instrument. Wie viele Schüler sind das? $\frac{2}{3}$ von 27 = (27 : 3) · 2
Addition und Subtraktion Mache die Brüche gleichnamig, addiere (subtrahiere) die Zähler und behalte den Nenner bei.	***Bsp.:*** $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=\frac{16}{24}+\frac{20}{24}-\frac{6}{24}=\frac{16+20-6}{24}=\frac{30}{24}=\frac{5}{4}$ Berechne: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
Multiplikation: $\frac{\text{Zähler}\cdot\text{Zähler}}{\text{Nenner}\cdot\text{Nenner}}$ Beachte: Erst kürzen, dann multiplizieren!	***Bsp.:*** $\frac{3}{8}\cdot\frac{12}{9}=\frac{3\cdot 12}{8\cdot 9}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 1}=\frac{1}{2}$ Berechne: $\frac{4}{15}\cdot\frac{3}{16}$
Division: Bruch · Kehrbruch	***Bsp.:*** $\frac{3}{14}:\frac{6}{7}=\frac{3}{14}\cdot\frac{7}{6}=\frac{3\cdot 7}{14\cdot 6}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 2}=\frac{1}{4}$
Grundregeln Klammern zuerst! Potenz vor Punkt vor Strich! Ergebnisse immer vollständig gekürzt angeben!	Berechne: $\left(5\frac{5}{8}-\frac{8}{3}\cdot 4\frac{3}{4}\right):\left(-2\frac{1}{6}\right)^2$
2. Rechnen mit Dezimalbrüchen	
Umwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt - Zehnerpotenz im Nenner: $\frac{1}{10}$ = 0,1; $\frac{1}{100}$ = 0,01 usw. - Division: $\frac{z}{n}$ = z : n - p% = $\frac{p}{100}$	***Bsp.:*** $\frac{7}{25}=\frac{28}{100}=0{,}28=28\%$ oder $\frac{7}{25}=7:25=0{,}28=28\%$ Wandle jeweils in verschiedene Schreibweisen um: $\frac{4}{25}$; $\frac{57}{40}$; $3\frac{3}{11}$; 0,6; 30%
besondere Brüche $\frac{1}{2}$ = 0,5 = 50% $\frac{1}{4}$ = 0,25 = 25% $\frac{3}{4}$ = 0,75 = 75%	Finde weitere Brüche, die im Alltag häufig vorkommen, und gib sie in verschiedenen Schreibweisen an.

Grundrechenarten

Rechne entweder mit Dezimalzahlen oder mit Brüchen.

Berechne:

i) $2{,}56 : 1\frac{3}{5}$ ii) $\frac{2}{3} - 0{,}3$

iii) $0{,}4 : 0{,}025 - 21{,}2$ iv) $2{,}25 \cdot 3{,}2 - 7{,}2 : 0{,}04$

Runden von Dezimalbrüchen

Wie beim Runden ganzer Zahlen auf eine bestimmte Stelle betrachtet man die rechts von dieser Stelle stehende Ziffer. Bei 0, 1, 2, 3 und 4 wird **abgerundet**, bei 5, 6, 7, 8 und 9 **aufgerundet**.

Runde:
a) 0,07535 auf 3 Dezimalen
b) 2,5493 auf 2 Dezimalen
c) 0,24038 auf 3 Dezimalen

3. Absolute und relative Häufigkeit

Die **absolute Häufigkeit** ist die tatsächliche Anzahl eines Ereignisses.

Relative Häufigkeit = $\frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$

Bsp.: In einer Klasse sind 18 Mädchen und 12 Jungen.
Absolute Häufigkeit der Mädchen in der Klasse: 18
Relative Häufigkeit der Mädchen in der Klasse:

$\frac{18}{30} = \frac{6}{10} = 60\%$

4. Prozentrechnung

45% von 800 € = 360 €

Prozentsatz Grundwert Prozentwert

Schlussrechnung (Dreisatz)

100%	$\hat{=}$	800 €	: 100
1%	$\hat{=}$	8 €	· 45
45%	$\hat{=}$	**360 €**	

Anteil berechnen

45% von 800 € =

$\frac{45}{100}$ von 800 € =

(800 € : 100) · 45 =

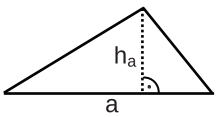
8 € · 45 =

360 €

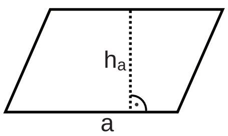
Berechne:
336 Schüler kommen mit dem Bus in eine Schule, die insgesamt 800 Schüler hat. 45% aller Schüler sind weiblich.
a) Wie viele Schüler der Schule sind männlich?
b) Wie viel Prozent der Schüler fahren mit dem Bus?
c) 20% aller Karten für das Schultheater wurden schon verkauft. Das waren 12 Stück. Wie viele Karten gibt es insgesamt?

5. Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken

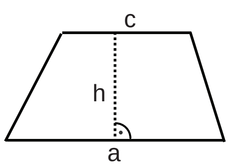
$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$



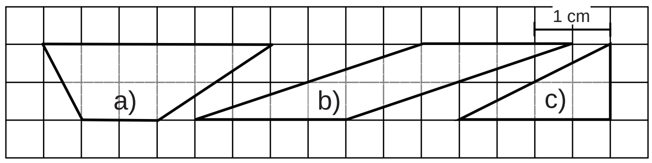
$A_{Parallelogramm} = a \cdot h_a$



$A_{Trapez} = \frac{a + c}{2} \cdot h$



1: Berechne jeweils den Flächeninhalt der Figur.



2: Zeichne ein 4 cm hohes und 12 cm^2 großes Dreieck.

6. Rauminhalte

Volumen eines Quaders (Länge l, Breite b, Höhe h):

$V_{Quader} = l \cdot b \cdot h$

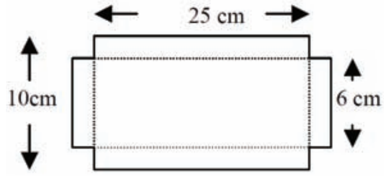
Umrechnung der Volumeneinheiten:

1000 mm^3 = 1 cm^3 = 1 ml

1000 cm^3 = 1 dm^3 = 1 l

1000 dm^3 = 1 m^3

Berechne:
Das unten abgebildete Blech wird entlang der gepunkteten Linien zu einer oben offenen Schachtel gebogen. Welches Volumen hat diese Schachtel?
(nach BMT 2002)



Lösungen:

1. Rechnen mit Bruchzahlen

Allgemein

Mache gleichnamig:

kleinster gemeinsamer Nenner von $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ ist 36

Erweitern der Brüche ergibt: $\frac{20}{36}$, $\frac{12}{36}$ und $\frac{27}{36}$

Wandle um in einen Bruch:

$$2\frac{3}{4}=\frac{2}{1}+\frac{3}{4}=\frac{8}{4}+\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$$

Kürze vollständig:

z.B. $\frac{66}{88}=\frac{66:11}{88:11}=\frac{6}{8}=\frac{6:2}{8:2}=\frac{3}{4}$

Addition und Subtraktion

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{6+4-3}{12}=\frac{7}{12}$$

Multiplikation

$$\frac{4}{15}\cdot\frac{3}{16}=\frac{4\cdot 3}{15\cdot 16}=\frac{1\cdot 1}{5\cdot 4}=\frac{1}{20}$$

Grundregeln

$$\left(5\frac{5}{8}-\frac{8}{3}\cdot 4\frac{3}{4}\right):\left(-2\frac{1}{6}\right)^2 =\left(\frac{45}{8}-\frac{8}{3}\cdot\frac{19}{4}\right):\left(-\frac{13}{6}\right)^2$$
$$=\left(\frac{45}{8}-\frac{38}{3}\right):\frac{169}{36}$$
$$=\left(\frac{135}{24}-\frac{304}{24}\right):\frac{169}{36}$$
$$=\left(-\frac{169}{24}\right)\cdot\frac{36}{169}$$
$$=-\frac{3}{2}$$

2. Rechnen mit Dezimalbrüchen

Umwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt

$\frac{4}{25}=\frac{16}{100}=0{,}16=16\%$

$0{,}6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=60\%$

$\frac{57}{40}=57:40=1{,}425=142{,}5\%$

$30\%=\frac{3}{10}=0{,}3$

$3\frac{3}{11}=\frac{36}{11}=36:11=3{,}2727...\approx 327\%$

Besondere Brüche

z.B. $\frac{1}{8}=\frac{125}{1000}=0{,}125=12{,}5\%$

$\frac{1}{3}=0{,}333...\approx 33\%$

Grundrechenarten

i) $2{,}56 : 1\frac{3}{5} = 2{,}56 : 1{,}6 = 25{,}6 : 16 = 1{,}6$

ii) $\frac{2}{3}-0{,}3 = \frac{2}{3}-\frac{3}{10} = \frac{20}{30}-\frac{9}{30} = \frac{11}{30}$

iii) 0,4 : 0,025 – 21,2 = 16 – 21,2 = - 5,2

iv) 2,25 · 3,2 – 7,2 : 0,04 = 7,2 – 180 = -172,8

Umgang mit gerundeten Dezimalbrüchen

a) 0,07535 auf 3 Dezimalen gerundet: 0,075
b) 2,5493 auf 2 Dezimalen gerundet: 2,55
c) 0,24038 auf 3 Dezimalen gerundet: 0,240

4. Prozentrechnung

a) 55% · 800 = 0,55 · 800 = 440

440 Schüler sind männlich.

b) $\frac{336}{800}=\frac{42}{100}=42\%$

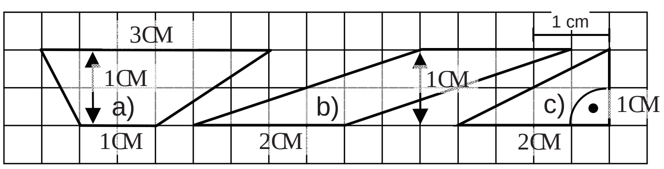
42 % der Schüler fahren mit dem Bus.

c) 20% ≙ 12 Karten
1% ≙ 0,6 Karten
100% ≙ 60 Karten

Insgesamt gibt es 60 Karten.

5. Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken

1.



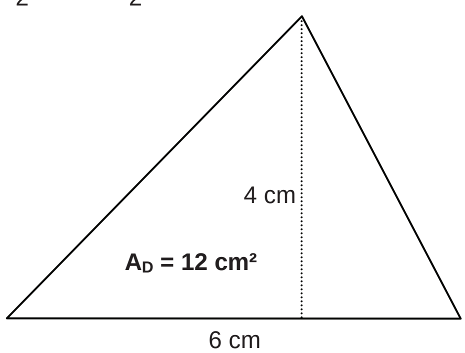
$A_{Trapez}=\frac{a+c}{2}\cdot h=\frac{2cm+4cm}{2}\cdot 1cm=3cm^2$

$A_{Parallelogramm}=a\cdot h_a=2cm\cdot 1cm=2cm^2$

$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot h_a=\frac{1}{2}\cdot 2cm\cdot 1cm=1cm^2$

2. Das Dreieck hat eine Höhe von 4 cm und einen Flächeninhalt von 12 cm².

Die Grundlinie muss damit 6 cm lang sein (siehe Zeichnung rechts).



6. Rauminhalte

Höhe der Schachtel: h = (10cm – 6cm) : 2 = 2cm

$V = l\cdot b\cdot h = 25cm\cdot 6cm\cdot 2cm = 300\ cm^3$