Gebrochen rationale Funktionen

Definitionsmenge: Nenner darf nicht Null werden

z.B. $f(x) = \frac{1}{x}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f(x) = \frac{3x+1}{2x+5}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2{,}5\}$

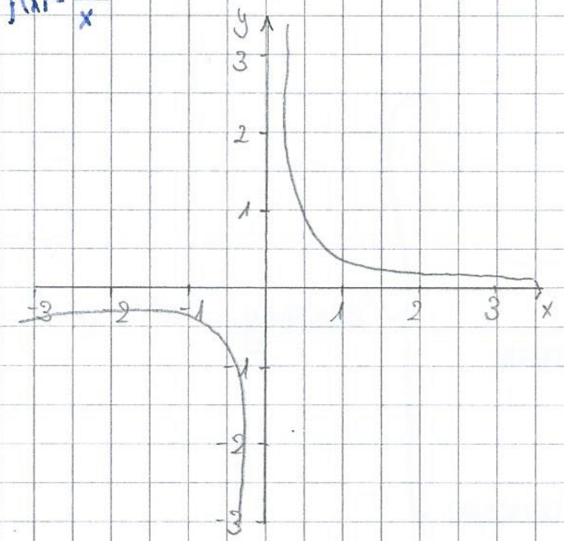
Wertemenge:

z.B. $f(x) = \frac{1}{x}$

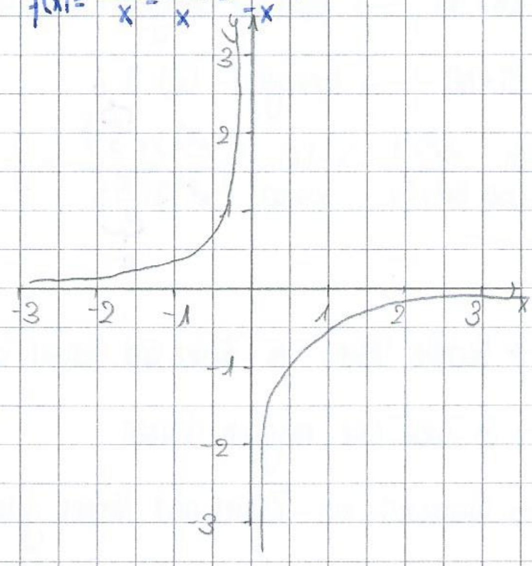
Die Wertemenge dieser Funktion ist von $-\infty$ bis ∞ mit Ausschließung der waagrechten Asymptote

Verlauf:

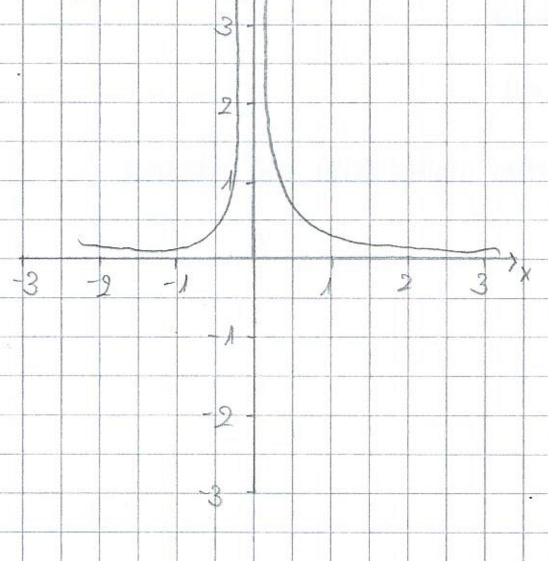
$f(x) = \frac{1}{x}$



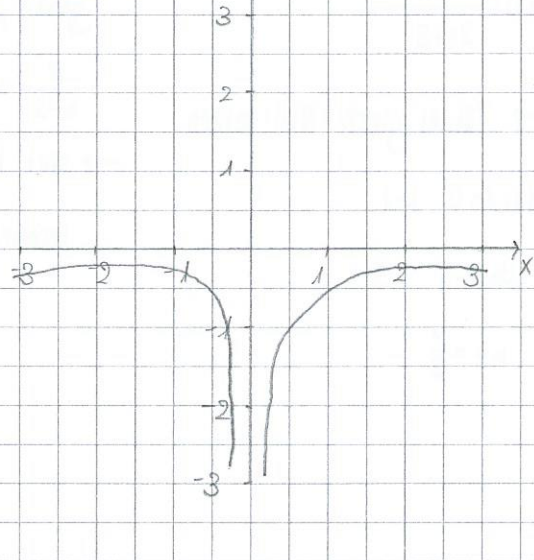
$f(x) = -\frac{1}{x} = \frac{-1}{x} = \frac{1}{-x}$



$f(x) = \frac{1}{x^2}$



$f(x) = -\frac{1}{x^2}$



Verschiebung:

$f(x) = \frac{c}{d(x+a)} + b$

a bewirkt eine Verschiebung in x-Richtung

$a>0$ → Verschiebung nach links

$a<0$ → Verschiebung nach rechts

b bewirkt eine Verschiebung in y-Richtung

$b<0$ → Verschiebung nach unten

$b>0$ → Verschiebung nach oben

Grenzwerte:

- ZG = NG → konvergent: $GW = \frac{a_n}{b_n}$
- ZG > NG → bestimmt divergent: $GW: \pm\infty$
- ZG < NG → konvergent GW: 0

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+1}{3x^2+5x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^2}(2+\overbrace{\frac{1}{x^2}}^{0})}{\cancel{x^2}(3+\underbrace{\frac{5}{x}}_{0})} = \frac{2}{3}$$

→ Höchste Potenz im Zähler und Nenner ausklammern

→ So weit wie möglich kürzen

→ Grenzwert von Zähler und Nenner getrennt betrachten

Berechnung

Nullstellen:

$f(x) = \frac{3x+1}{2x+5}$

→ Zähler gleich Null setzen

$3x+1 = 0 \quad |-1$

$3x = -1 \quad |:3$

$x = -\frac{1}{3}$

$g(x) = \frac{2}{x-2} + 0{,}5$

$\frac{2}{x-2} + 0{,}5 = 0$

→ mit Hauptnenner multiplizieren oder Überkreuz rechnen