Potenzgesetze

$a^0=1 \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n}\,(a\neq 0) \quad a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

$a^p\cdot a^q=a^{p+q} \quad a^p:a^q=a^{p-q}$

$a^p\cdot b^p=(ab)^p \quad a^p:b^p=(a:b)^p \quad \left(a^p\right)^q=a^{pq}$

Eigenschaften von Funktionen und Graphen

Symmetrie:

$f(-x)=f(x) \leftrightarrow G_f$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse

$f(-x)=-f(x) \leftrightarrow G_f$ ist punktssymmetrisch zum Ursprung

Verhalten im Unendlichen:

Kommen die Funktionswerte f(x) einer Funktion f für beliebig groß werdende x-Werte einer Zahl a beliebig nahe → a ist der Grenzwert $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a$

Einfluss von Parametern:

$g(x)=f(x)+d$	Verschiebung in y-Richtung um d
$g(x)=f(x+c)$	Verschiebung in x-Richtung um -c
$g(x)=af(x)$	Streckung in y-Richtung um Faktor |a| a<0 zusätzliche Spiegelung an x-Achse
$g(x)=f(bx)$	Streckung in x-Richung um Faktor 1/|b| b<0 zusätzliche Spiegelung an y-Achse

Quadratische Gleichungen $ax^2+bx+c=0 \quad a\neq 0$

<u>Reinquadratische Gleichungen:</u> $ax^2+c=0$

- x isolieren: $x^2=-\frac{c}{a}$ → dann Wurzel ziehen: $x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$

→ Anzahl der Lösungen beachten!!

<u>Quadratische Gleichung ohne Konstante:</u> $ax^2+bx=0$

- Faktorisieren durch Ausklammern von x: $x(ax+b)=0$
- Betrachte nun die einzelnen Faktoren: Ein Produkt hat den Wert Null, wenn einer der Faktoren Null ist.

x=0 lineare Gleichung ax+b=0

<u>Allgemeine Form:</u> $ax^2+bx+c=0$ a,b,c≠0

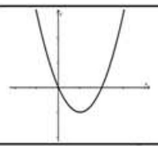
- Lösungsformel: $x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- $D=b^2-4ac$
  - D>0 → zwei Lösungen
  - D=0 → eine Lösung
  - D<0 → keine Lösung

Quadratische Funktionen

$p: x\to ax^2+bx+c$ allgemeine Form $\mathbb{D}=\mathbb{R}$

$p: x\to a(x-x_1)(x-x_2)$ Nullstellenform $NS_1(x_1/0)$ $NS_2(x_2/0)$

$p: x\to a(x-x_s)^2+y_s$ Scheitelpunktform Scheitel $S(x_s/y_s)$



Exponentialgleichung (die Variable x steht im Exponenten)

1) Exponentenvergleich bei gleicher Basis $a^x=a^y \to x=y$
2) Beidseitiges Logarithmieren und Anwendung der Logarithmusgesetze →Lineare Gleichung
3) Vereinfachung der Gleichung + Anwendung der Potenzgesetze bis $a^x=b$ →Definition des Logarithmus

$a^x=b \quad a>0,\ a\neq 1,\ b>0$

$x=\log_a b$

$\log_a(uv)=\log_a u+\log_a v \quad u,v>0$

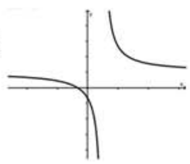
$\log_a(u:v)=\log_a u-\log_a v$

$\log_a u^n=n\cdot\log_a u$

Gebrochen-rationale Funktionen

$f: x\to \frac{a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_o}{b_m x^m+b_{m-1}x^{m-1}+\ldots+b_1x+b_o}$ $\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{\text{Definitionslücken}\}$

- Definitionslücken: Nenner = 0 → senkrechte Asymptoten
- Nullstellen der Funktion: Zähler = 0
- waagrechte Asymptoten → Zähler/Nenner-Vergleich



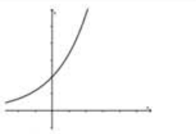
Bruchterme

- Definitionsmenge
- Erweitern und Kürzen
- Addition/Subtraktion/ Multiplikation/Division

Lineare Gleichungen ax+b=0

- Sortieren zu ax=-b , "alle x-Glieder auf eine Seite"
- x isolieren $x=-\frac{b}{a}$

Exponentialfunktionen



$f: x\to ba^x \quad a>0,\ a\neq 1\ b\neq 0\ \mathbb{D}=\mathbb{R}$

a=Wachstumsfaktor b=Anfangswert

a>1: G_f steigt (für b>0) b>0: f(x)>0 für alle x

0<a<1: G_f fällt (für b>0) b<0: f(x)<0 für alle x

x-Achse ist Asymptote

Der Graph von $x\to\left(\frac{1}{a}\right)^x$ entsteht aus dem Graphen von $x\to a^x$ durch Spiegelung an der y-Achse

Algebraische Gleichungen höherer Ordnung (>2)

$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0=0$

→Versuchen auf Gleichung vom Grad 1 oder 2 zurückzuführen (Faktorisieren/Substitution)

$a(x-x_1)^{m_1}(x-x_2)^{m_2}\ldots(x-x_k)^{m_k}=0$

In der faktorisierten Form können die Lösungen abgelesen werden, denn ein Produkt nimmt genau dann den Wert Null an, wenn einer der Faktoren Null ist.

Gleichungssysteme

1) lineares Gleichungssystem = 2 lineare Gleichungen mit 2 gleichen Variablen

Lösungsmöglichkeiten:

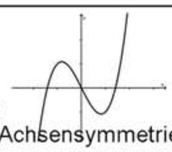
a) Graphische Lösung

b) Rechnerische Lösung
- Einsetzungsverfahren
- Gleichsetzungsverfahren
- Additionsverfahren

2) Gleichungssystem mit 3 Variablen →zurückführen auf Gleichungssystem mit 2 Variablen

Ganzrationale Funktionen

$f: x\to a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0 \quad a_n\neq 0 \quad \mathbb{D}=\mathbb{R}$



bestimmt charakteristischen Verlauf: n = Grad der Funktion

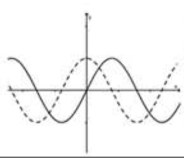
Symmetrie: alle Exponenten gerade → gerade Funktion → Achsensymmetrie

alle Exponenten ungerade → ungerade Funktion →Punktsymmetrie

Faktorisierte Form: $f: x\to a(x-x_1)^{m1}(x-x_2)^{m2}\ldots(x-x_k)^{mk}$

geeignet zur Bestimmung der Nullstellen und Verhalten an den Nullstellen

Trigonometrische Funktionen



f:x→sinx $\mathbb{D}=\mathbb{R}$ $\mathbb{W}=[-1;1]$ Periode: 2π Nst: $x_k=k\pi$, punktsymm. zu (0/0)

f:x→cosx $\mathbb{D}=\mathbb{R}$ $\mathbb{W}=[-1;1]$ Periode: 2π Nst: $x_k=\frac{2k+1}{2}\pi$, achsensymm. zur y-Achse

Allg. Sinusfunktion $f(x)=a\cdot\sin(bx+c)+d$ a≠0; b>0→s.Einfluss von Parametern

Termumfomungen

- Umformungen in Produkten
- Zusammenfassen gleichartiger Terme
- Klammerregeln
- Faktorisieren

Potenzgleichungen $x^n=a \quad n\in\mathbb{N}\setminus\{1\}$

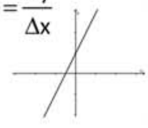
	n gerade	n ungerade
a>0	$x_{1/2}=\pm\sqrt[n]{a}$	$x=\sqrt[n]{a}$
a=0	x=0	x=0
a<0	keine reelle Lösung	$x=-\sqrt[n]{\lvert a\rvert}$

Lineare Funktionen

$g: x\to mx+t \quad \mathbb{D}=\mathbb{R} \quad \mathbb{W}=\mathbb{R}$

m: Steigung der Gerade $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- m<0 Gerade G_g fällt
- m>0 Gerade G_g steigt
- m=0 waagrechte Gerade

t: y-Achsenabschnitt



Aufkleber

A-Terme

B-Gleichungen

C-Funktionen

Binomische Formeln

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

Bruchgleichungen

- mit Hauptnenner multiplizieren
- entstandene (bruchfreie) Gleichung lösen
- Lösung mit $\mathbb{D}$ abgleichen