Kurvendisskussion von Bs. 77/6 c)

$$f(x) = \frac{1}{9}x^3 - 3x$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

Symmetrie:

$$f(x) = f(-x): \quad \frac{1}{9}x^3 - 3x \neq \frac{1}{9}(-x)^3 - 3(-x)$$

→ keine Achsensymetrie bezüglich der y-Achse
(nicht alle Exponenten gerade)

$$f(-x) = -f(x): \quad -\frac{1}{9}(x)^3 + 3x = -\left(\frac{1}{9}x^3 - 3x\right)$$

→ Punktsymetrisch zum Ursprung
(alle Exponenten sind ungerade)

Schnittpunkte mit der...

x-Achse: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{9}x^3 - 3x$

$$= x\left(\frac{1}{9}x^2 - 3\right) \rightarrow x_1 = 0;$$

$$x_{2/3} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot \frac{1}{9} \cdot (-3)}}{2 \cdot \frac{1}{9}} \qquad x_2 = 3\sqrt{3};$$

$$x_3 = -3\sqrt{3};$$

y-Achse: $f(0) = y;$

$$\frac{1}{9}(0)^3 - 3 \cdot 0 = 0; \quad \text{Schnittpunkt: } (0/0)$$

Verhalten am Rand des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x \to \infty}\left(\frac{1}{9}x^3 - 3x\right) = \infty; \quad \lim_{x \to -\infty}\left(\frac{1}{9}x^3 - 3x\right) = -\infty;$$

Monotonie:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{9}x^2 - 3 = 0 \qquad \frac{3}{9}x^2 = 3 \qquad x^2 = 9$$

$$x_1 = -3;$$

$$x_2 = 3;$$

$f'(x) = \frac{3}{9}x^2 - 3$

x	$x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < 3$	$x = 3$	$3 < x$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	sms ↗	Maxima	smf ↘	Minima	sms ↗