Sebastian Grieninger

Übungsblatt 7

Nummer 4 b)

Eine Firma stellt Sicherungen mit einem Ausschussanteil von 10 % her.

Wie viele Sicherungen müssen der Produktion mindestens entnommen werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% wenigstens eine defekte zu erhalten?

Betrachtung der Aufgabe aus der Sicht der defekten Sicherungen:
beim Gegenereignis darf keine der gezogenen Sicherungen defekt sein => 0 aus x.

$$\binom{n}{s}\cdot p^s\cdot(1-p)^{(n-s)}$$

$$1-\binom{x}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot(1-0{,}1)^x\geq 0{,}99$$

$$-\binom{x}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot(0{,}9)^x\geq -0{,}01$$

$$\binom{x}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot(0{,}9)^x\leq 0{,}01$$

$$\left(\frac{x!}{0!\cdot(x-0)!}\right)\cdot 1\cdot 0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$\left(\frac{x!}{x!}\right)\cdot 0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$1\cdot 0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$\log_{0{,}9}(0{,}01)\leq x$$

$$x\geq 43{,}70869065$$

Betrachtung der Aufgabe aus der Sicht der funktionierenden Sicherungen:
alle gezogenen Sicherungen müssen in Ordnung sein.

$$\binom{n}{s}\cdot p^s\cdot(1-p)^{(n-s)}$$

$$1-\binom{x}{x}\cdot 0{,}9^x\cdot(1-0{,}9)^0\geq 0{,}99$$

$$-\binom{x}{x}\cdot 0{,}9^x\cdot(0{,}1)^0\geq -0{,}01$$

$$\binom{x}{x}\cdot 0{,}9^x\cdot(0{,}1)^0\leq 0{,}01$$

$$\left(\frac{x!}{x!\cdot(x-x)!}\right)\cdot 0{,}9^x\cdot 1\leq 0{,}01$$

$$\left(\frac{x!}{x!\cdot 0!}\right)\cdot 0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$1\cdot 0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$0{,}9^x\leq 0{,}01$$

$$\log_{0{,}9}(0{,}01)\leq x$$

$$x\geq 43{,}70869065$$

►Es müssen mindestens 44 Sicherungen entnommen werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % wenigstens eine defekte zu erhalten.

Nummer 7

In einer Bevölkerungsgruppe beträgt der Anteil der Personen, die an einer Allergie leiden, 30 %. Es werden 10 Personen ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man
a) genau 4,
b) mehr Personen als erwartet,
die an einer Allergie leiden ?

a)

$$P(x=4)=\binom{10}{4}\cdot 0{,}3^4\cdot 0{,}7^6$$

$$P(x=4)=\left(\frac{10!}{4!\cdot(10-4)!}\right)\cdot 0{,}3^4\cdot 0{,}7^6$$

$$P(x=4)=210\cdot 0{,}0081\cdot 0{,}117649$$

$$P(x=4)=0{,}2$$

► Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 4 der 10 Personen an der Allergie leiden, beträgt 20%.

b)
$0{,}3\cdot 10=3$
→ Es wird erwartet das 3 Personen an der Allergie leiden.

$$P(x>3)=1-[P(x=3)+P(x=2)+P(x=1)+P(x=0)]$$

$$P(x>3)=1-\binom{10}{3}\cdot 0{,}3^3\cdot 0{,}7^7-\binom{10}{2}\cdot 0{,}3^2\cdot 0{,}7^8-\binom{10}{1}\cdot 0{,}3^1\cdot 0{,}7^9-\binom{10}{0}\cdot 0{,}3^0\cdot 0{,}7^{10}$$

$$P(x>3)=1-\left(\frac{10!}{3!\cdot(10-3)!}\right)\cdot 0{,}3^3\cdot 0{,}7^7-\left(\frac{10!}{2!\cdot(10-2)!}\right)\cdot 0{,}3^2\cdot 0{,}7^8-\left(\frac{10!}{1!\cdot(10-1)!}\right)\cdot 0{,}3^1\cdot 0{,}7^9-\left(\frac{10!}{0!\cdot(10-0)!}\right)\cdot 0{,}3^0\cdot 0{,}7^{10}$$

$$P(x>3)=1-0{,}27-0{,}23-0{,}12-0{,}03=0{,}35$$

► Die Wahrscheinlichkeit das mehr als 3 Personen an der Allergie leiden beträgt 35 %