29.08.16

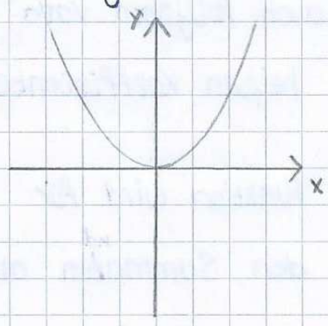
Ganzrationale Funktionen – Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

$f(x) = -\frac{1}{3}x^5 - \frac{1}{3}x^4 + x^3 + x^2$

n gerade | **n ungerade**

$a > 0$

n gerade:



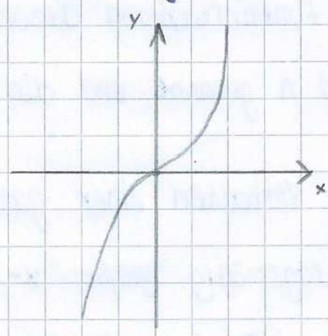
$\mathbb{D} = \mathbb{R}$

(Achsensymmetrie)

von links oben nach rechts oben

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

n ungerade:



$\mathbb{W} = \mathbb{R} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}$

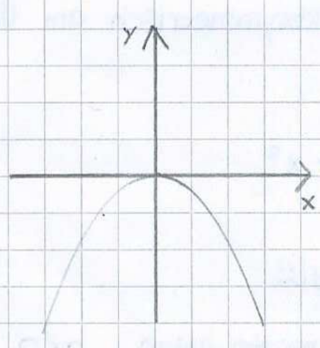
(Punktsymmetrie)

von links unten nach rechts oben

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$a < 0$

n gerade:



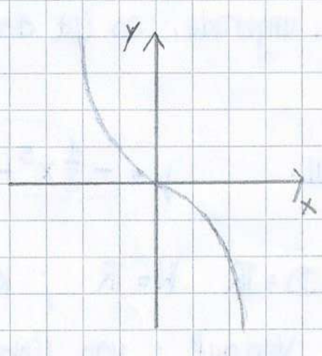
$\mathbb{D} = \mathbb{R}$

(Achsensymmetrie)

von links unten nach rechts unten

$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

n ungerade:



$\mathbb{W} = \mathbb{R} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}$

(Punktsymmetrie)

von links oben nach rechts unten

$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

Definition: Eine Funktion f der Form $f(x) = ax^n + \ldots$ mit $n \in \mathbb{N}$ heißt ganzrationale Funktion (n-ten Grades)

Ein Funktions~~t~~term dieser Form wird auch Polynom vom Grad n genannt und die Zahlen a_n heißen Koeffizienten.

Das Verhalten einer ganzrationalen Funktion wird für betragsmäßig große x-Werte durch den Summanden mit dem höchsten Vorkommen den Exponenten bestimmt.

Besonderheiten:

Symmetrie:

Sind bei ganzrationalen Funktionen alle Exponenten...

... gerade, so ist der Graph achsensymmetrisch zur y-Achse

... ungerade, so ist der Graph punktsymmetrisch am Ursprung

speziell: $y = \boxed{-\frac{1}{3}x^5} - \frac{1}{3}x^4 + x^3 + x^2$

- $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ $\mathbb{W} = \mathbb{R}$; keine Symmetrie
- Verlauf: von links oben nach rechts unten $a < 0$; n = ungerade
- NST:

$$0 = -\frac{1}{3}x^5 - \frac{1}{3}x^4 + x^3 + x^2$$

$$0 = x^2 \cdot \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + x + 1\right] \qquad x_1 = 0$$

$$0 = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + x + 1 \qquad x_2 = -1$$

Nullstelle:

$x_1 = 0$ (doppelt)

$x_2 = -1$ (einfach)

$x_3 = \sqrt{3}$ (einfach)

$x_4 = -\sqrt{3}$ (einfach)

$$-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + x + 1 : (x+1) = -\frac{1}{3}x^2 + 1$$

$$\underline{-\left(-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2\right)}$$

$$0 \quad x + 1$$

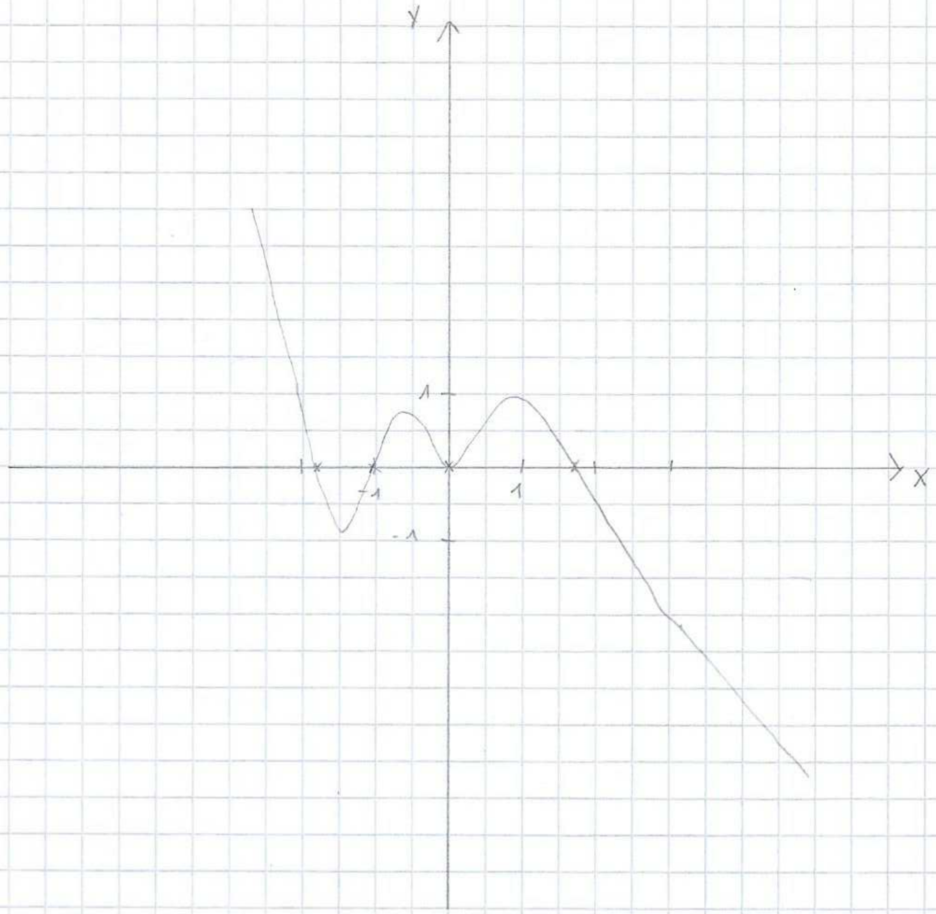
$$\underline{-(x+1)}$$

$$0$$

$$0 = -\frac{1}{3}x^2 + 1$$

$$+\frac{1}{3}x^2 = +1 \qquad | : \left(\frac{1}{3}\right) \quad | \sqrt{\ }$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$



y
x
1
-1
1
-1