A4 Übung Bruchterme

1. Bruchterme sind Terme, bei denen im Nenner mindestens einmal die Variable steht. Sie sind daher nicht für alle Zahlen definiert.

a) Erkläre, was man unter der Definitionsmenge eines Bruchterms versteht.

b) Gib bei folgenden Termen die Definitionsmenge an.

i) $\frac{3x-5}{x-3}$ ii) $\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{1}{x}$ iii) $\frac{3}{x^2-9}$ iv) $\frac{5x-4}{x^2-10x+25}$

c) Gib einen Bruchterm an, der folgende Definitionsmenge hat.

i) $\mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ ii) $\mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ iii) $\mathbb{D}=\mathbb{R}$

Im folgenden wird davon ausgegangen, dass die Terme definiert sind.

2. Bruchterme können wie Brüche gekürzt und erweitert werden. Kürze soweit wie möglich.
Tipp: Das Faktorisieren von Zähler und Nenner ist hilfreich.

a) $\frac{18x^3y}{3xy^2}$ b) $\frac{4(2x-2)}{4x^2-8x+4}$ c) $\frac{30x+5x^2}{36+12x+x^2}$ d) $\frac{\sqrt{3}x+x^2}{x^2-3}$

3. Bruchterme können ebenso wie Brüche addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert werden.
Fasse so weit wie möglich zusammen und kürze, wenn möglich.

a) $\frac{3}{x}+\frac{3}{x+2}$ b) $\frac{3}{6x}-\frac{x-1}{2x^2}$ c) $\frac{12}{x}\cdot\frac{2+x}{6x}$

d) $\frac{3x}{3x+6}+\frac{4x}{x+2}$ e) $\frac{2x+5}{x^2-9}-\frac{3x+1}{x-3}$ f) $\frac{4x+2}{2x-4}:\frac{2x+1}{x-2}$

Grundwissen: Klasse 8 - Kapitel 6
Klasse 6 - Kapitel 1

A4 Lösung Bruchterme

1.a) Die Definitionsmenge eines Terms umfasst alle Zahlen, für die ein Term definiert ist. Bei Bruchtermen werden diejenigen Zahlen, für denen der Nenner Null werden würde, von der Definitionsmenge ausgeschlossen.

b) (i) $\mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{3\}$ (ii) $\mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{0; 0{,}5\}$

(iii) $\mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{-3; 3\}$ NR: $x^2-9=(x-3)(x+3)$ 3. Binomische Formel

(iv) $\mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{5\}$ NR: $x^2-10x+25=(x-5)^2$ 2.Binomische Formel

c) z.B.

i) $\frac{1}{x+3}$ ii) $\frac{1}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{x^2-1}$ iii) $\frac{1}{x^2+1}$ (Der Nenner kann für keinen x-Wert Null werden)

2. a) $\frac{18x^3y}{3xy^2}=\frac{18x^{\cancel{3}2}\cancel{y}}{3\cancel{x}y^{\cancel{2}1}}=\frac{6x^2}{y}$

Beim Faktorisieren helfen binomische Formeln! (Übung: A2-2)

b) $\frac{4(2x-2)}{4x^2-8x+4}=\frac{4(2x-2)}{(2x-2)^2}=\frac{4}{2x-2}=\frac{2}{x-1}$ c) $\frac{30x+5x^2}{36+12x+x^2}=\frac{5x(6+x)}{(6+x)^2}=\frac{5x}{6+x}$

d) $\frac{\sqrt{3}x+x^2}{x^2-3}=\frac{x(\sqrt{3}+x)}{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}=\frac{x}{x-\sqrt{3}}$

3.

a) $\frac{3}{x}+\frac{3}{x+2}\left[\text{HN:}x\cdot(x+2)\right]=\frac{3\cdot(x+2)}{x(x+2)}+\frac{3\cdot x}{x(x+2)}=\frac{3(x+2)+3x}{x(x+2)}=\frac{3x+6+3x}{x(x+2)}=\frac{6x+6}{x(x+2)}$ b)

b) $\frac{3}{6x}-\frac{x-1}{2x^2}=\frac{3\cdot x}{6x^2}-\frac{(x-1)\cdot 3}{6x^2}=\frac{3x-(x-1)3}{6x^2}=\frac{3x-3x+3}{6x^2}=\frac{3}{6x^2}=\frac{1}{2x^2}$

c) $\frac{12}{x}\cdot\frac{2+x}{6x}=\frac{12\cdot(2+x)}{x\cdot 6x}=\frac{2(2+x)}{x^2}$

Bei der Addition und Subtraktion muss vorher auf den Hauptnenner erweitert werden.

d) $\frac{3x}{3x+6}+\frac{4x}{x+2}=\frac{3x}{3x+6}+\frac{4x\cdot 3}{3x+6}=\frac{3x+12x}{3x+6}=\frac{15x}{3(x+2)}=\frac{5x}{x+2}$

e) $\frac{2x+5}{x^2-9}-\frac{3x+1}{x-3}=\frac{2x+5}{x^2-9}-\frac{(3x+1)(x+3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{2x+5-3x^2-10x-3}{x^2-9}=\frac{-3x^2-8x+2}{x^2-9}$

f) $\frac{4x+2}{2x-4}:\frac{2x+1}{x-2}=\frac{4x+2}{2x-4}\cdot\frac{x-2}{2x+1}=\frac{2(2x+1)}{2(x-2)}\cdot\frac{x-2}{2x+1}=1$

Bei der Multiplikation gilt:
„Zähler·Zähler“ und „Nenner·Nenner“
Bei der Division wird mit dem Kehrbruch multipliziert.