BC	Übung Nullstellen und Schnittpunkte

Das Lösen von Gleichungen wird unter anderem bei der Bestimmung von Nullstellen oder Schnittpunkten benötigt.

a) Bestimme die Nullstellen folgender ganzrationaler Funktionen und gib die Vielfachheit der Nullstellen an

i) $f(x)=4x(x-2)(x-5{,}75)^2$

ii) $f(x) = 3{,}6(2x + \frac{3}{4}) (-0{,}25+4x)$

iii) $f(x) = (x^2-5x+4) (x^2+6x+9)$

iv) $f(x) = 4x^6+0{,}4x^5+0{,}08x^4$

v) $f(x)= 2x^6 + x^4 - 3x^3 - \frac{10}{5}x^6$

b) Bestimme für die folgenden Funktionen die Schnittpunkte der Graphen.

i) $f(x)=0{,}5x^2-3x+2{,}5$
$g(x)=2x+5$

ii) $f(x)=2x^3-3x+4$
$g(x)= x+4$

BC	Lösung Nullstellen und Schnittpunkte	☐☐☐☐

Nullstellenberechnung: f(x)=0

i) $4x \cdot (x-2) \cdot (x-5{,}75)^2 = 0$

$x_1=0$ einfach, $x_2=2$ einfach, $x_3=5{,}75$ doppelt

Bei der faktorisierten Form können die Nullstellen abgelesen werden! Ausmultiplizieren ist nicht hilfreich!

Ein Produkt hat den Wert Null, wenn einer der Faktoren den Wert Null hat.

ii) $3{,}6(2x + \frac{3}{4}) (-0{,}25+4x) = 0$

NR: $2x + \frac{3}{4} = 0$ und $-0{,}25+4x=0$

$x_1 = -\frac{3}{8}$ $x_2 = \frac{1}{16}$ beide Nullstellen sind einfache Nullstellen

iii) $(x^2-5x+4) (x^2+6x+9) =0$

$(x^2-5x+4) (x+3)^2=0$ Binomische Formel $(x^2+6x+9) = (x+3)^2$

→$x_1=-3$ (doppelte Nullstelle)

NR: $x^2-5x+6 = 0$ mit Lösungsformel $x_2=4$ einfache Nullstelle

$x_3=1$ einfache Nullstelle

iv) $4x^6+0{,}4x^5+0{,}08x^4= 0$ Klammere x^4 aus. (Niedrigste Potenz)

$x^4(4x^2+0{,}4x+0{,}08)=0$

→$x_1=0$ (vierfache Nullstelle)

NR: $4x^2+0{,}4x+0{,}08=0$ Lösungsformel $D=\sqrt{b^2-4ac}=\sqrt{0{,}4^2-4\cdot 4\cdot 0{,}08}=\sqrt{-1{,}12}$

$\sqrt{a}$ ist nur für $a\geq 0$ definiert→ keine weitere Nullstelle

v) $2x^6 + x^4 - 3x^3 - \frac{10}{5}x^6=0$ Zusammenfassen gleichartiger Terme!!

$x^4-3x^3=0$

$x^3 \cdot (x-3)=0$

$x_1=0$ dreifache, $x_2=3$ einfache NST

b) **Schnittpunktberechnung**:

I) Funktionen gleichsetzen: f(x)=g(x) → x-Koordinate des Schnittpunkts

II) y-Koordinate durch Einsetzen der x-Koordinate in beliebige Funktion

i) $f(x)=g(x)$

$0{,}5x^2-3x+2{,}5=2x+5$ $|-2x-5$

Lösungsformel:

$x_{1/2}=5\pm\sqrt{30}$

$g(x_1)=2(5+\sqrt{30})+5 = 15+2\sqrt{30}$

$g(x_2)=2(5-\sqrt{30})+5 = 15-2\sqrt{30}$

$SP_1(5+\sqrt{30}/15+2\sqrt{30})$

$SP_2(5-\sqrt{30}/15-2\sqrt{30})$

ii) $f(x)=g(x)$

$2x^3-3x+4=x+4$ $|-x-4$

$2x^3-4x = 0$

$x(2x^2-4)=0$

$x_1=0$ NR: $2x^2-4=0$

$2x^2=4$

$x^2=2$

$x_2=\sqrt{2}$ $x_3=-\sqrt{2}$

$SP_1(0/4)$ $SP_2(\sqrt{2}/\sqrt{2}+4)$ $SP_3(-\sqrt{2}/-\sqrt{2}+4)$