

1. Gegeben sind die folgenden 3 Funktionen:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1} \quad \text{Graph } \textcircled{5}$$

- *Schräge Asymptote $y = x$*
- *NST(0/0) mit VZW*
- *Senkrechte Asymptoten $x = -1$ und $x = 1$ mit VZW*

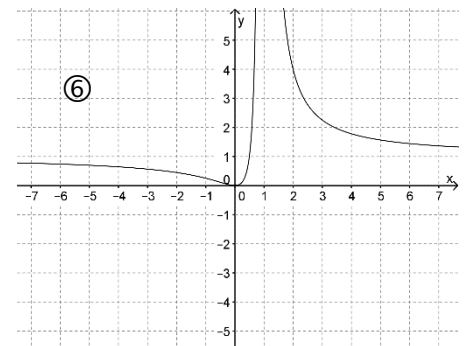
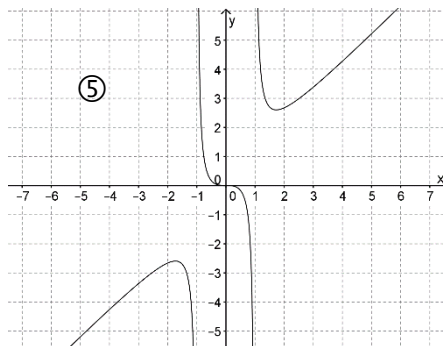
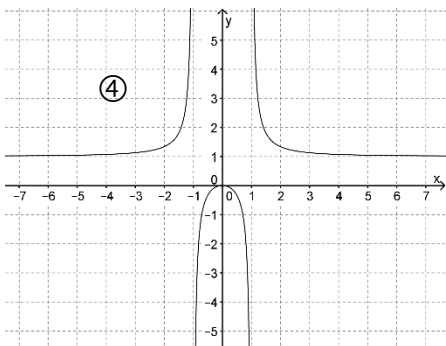
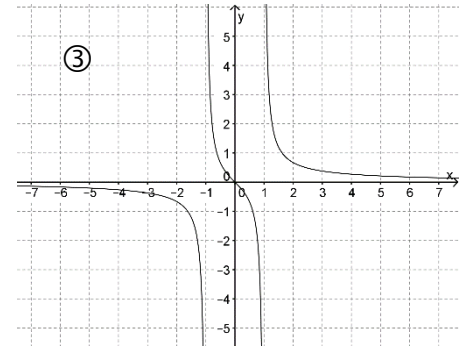
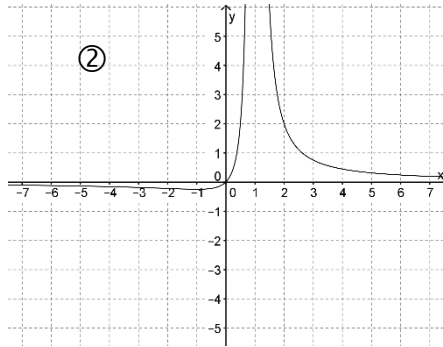
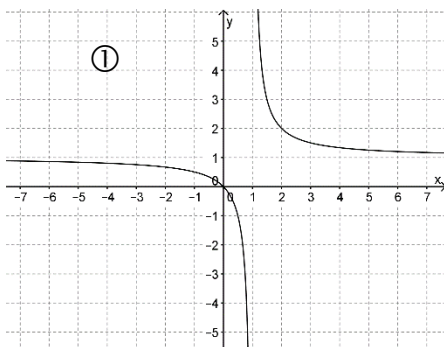
$$g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} \quad \text{Graph } \textcircled{4}$$

- *Waagrechte Asymptote $y = 1$*
- *NST(0/0) ohne VZW*
- *Senkrechte Asymptoten $x = -1$ und $x = 1$ mit VZW*

$$h(x) = \frac{x}{(x-1)^2} \quad \text{Graph } \textcircled{2}$$

- *Waagrechte Asymptote $y = 0$*
- *NST(0/0) mit VZW*
- *Senkrechte Asymptote $x = 1$ ohne VZW*

Ordnen Sie aus den unten stehenden Graphen jeder dieser Funktionen den passenden Graphen zu. Begründen Sie jeweils genau Ihre Entscheidung!



2. Geben Sie jeweils eine gebrochen-rationale Funktion an, die folgende Eigenschaften erfüllt:

- a) Polstelle ohne Vorzeichenwechsel bei $x = 0$, einzige Nullstelle bei $x = 2$, waagrechte Asymptote $y = 1,5$

$$f(x) = \frac{1,5 \cdot (x - 2)^2}{x^2}$$

- b) Schräge Asymptote $y = 2x - 4$, keine Definitionslücke

$$f(x) = 2x - 4 + \frac{1}{x^2 + 1}$$

3. Gegeben ist die Funktion $f: f(x) = \frac{4x - 5}{x^2 + 6x + 9}$.

- a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.

$$x^2 + 6x + 9 = 0; (x + 3)^2 = 0; x = -3 \text{ (Hinweis: Doppelte Nullstelle des Nenners!)}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$4x - 5 = 0; /+5$$

$$4x = 5; /:4$$

$$x = 1,25$$

$$N(1,25/0)$$

- b) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion an der Definitionslücke.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\overset{\rightarrow -17}{4x-5}}{\underset{\rightarrow 0}{(x+3)^2}} = -\infty$$

$$\begin{array}{l} x \rightarrow -3 \\ x > -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 0 \\ > 0 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\overset{\rightarrow -17}{4x-5}}{\underset{\rightarrow 0}{(x+3)^2}} = -\infty$$

$$\begin{array}{l} x \rightarrow -3 \\ x < -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 0 \\ > 0 \end{array}$$

- c) Geben Sie alle Asymptoten des Funktionsgraphen an.

$$\text{Waagrechte Asymptote: } y = 0$$

$$\text{Senkrechte Asymptote: } x = -3$$